

I) 誤差分析：誤差類型

① 讀數誤差：因為儀器的精確度而引起的，取決於儀器的設計和構造。

最大可能讀數誤差 = $\frac{1}{2} \times$ 儀器最小可測量區間值(範圍)

② 隨機(無規)誤差：因為儀器不夠靈敏而造成的，這些誤差是不能預測的。
要提高實驗準確度，應做多幾次獨立的實驗去減少誤差。

③ 系統誤差：同一實驗中，測得的所有數值均出現一致的誤差，這可能是因為儀器測量時，並未調校好，因此反覆觀測也於事無補。要查出這種誤差，最好的方法就是用另一個方法做實驗，以比較實驗結果。

誤差計算 *注意：普通錯誤是指如看錯刻度般的事情

相對誤差 = 最大可能誤差 / 測量值	百分誤差 = 相對誤差 $\times$ 100%
----------------------------	----------------------------------

有效數字與百分誤差：百分誤差 = 100×10^{-x}

實驗中所取之數據的有效數字位數	1	2	3	4	5
產生的百分誤差(%)	10	1	0.1	0.01	0.001

綜合誤差運算

方程類型	最大可能誤差	相對誤差
$Q = X \pm Y$	$\Delta Q = \Delta X + \Delta Y$	$\Delta Q / Q = \Delta X / X + \Delta Y / Y$
$Q = ax^m y^n$	$\Delta Q = \text{相對誤差} \times Q$	$\Delta Q / Q = m \Delta X / X + n \Delta Y / Y$

長度的誤量與誤差分析

一般來說，我們會利用游標尺和螺旋測微計來進行長度的測量。

一般的游標尺測量的長度可準確至 $0.09\text{cm} = 0.9\text{mm}$ 的長度(量度圓柱體內徑的游標尺稱為游標測徑器)而螺旋測微計則可以用作測量微小物體，準確程度至 $0.001\text{cm} = 0.01\text{mm}$ 的長度。

II) 牛頓力學複習

補充資料：十進制的倍數和因子關係

均加速運動方程式	運動圖線的意義
$v = u + at$ $v^2 = u^2 + 2as$ $s = ut + \frac{1}{2}at^2$	$e.g. \frac{dx}{dt} = v, \frac{dv}{dt} = a,$ $\int_{t_1}^{t_2} \vec{F} dt = mv - mu$

$10^{12} \leftrightarrow$ 太 $\leftrightarrow$ T	$10^{-12} \leftrightarrow$ 皮 $\leftrightarrow$ p
$10^9 \leftrightarrow$ 吉 $\leftrightarrow$ G	$10^{-9} \leftrightarrow$ 納 $\leftrightarrow$ n
$10^6 \leftrightarrow$ 兆 $\leftrightarrow$ M	$10^{-6} \leftrightarrow$ 微 $\leftrightarrow$ μ
$10^3 \leftrightarrow$ 千 $\leftrightarrow$ k	$10^{-3} \leftrightarrow$ 毫 $\leftrightarrow$ m

相對速度的概念(以向量形式分析)：



力和運動

① **牛頓第一定律**：如果對一物體的合力是零，則該物體會繼續保持其運動狀態。
*這種繼續運動狀態的傾向被稱為慣性，慣性是以質量來量度的。(參考慣性質量)

② **牛頓第二定律**：物體的動量變化率是正比於作用在物體上的合外力，
其發生方向與合外力方向是相同的。(1987 及 1992AL)

$$\text{即 } F = \frac{d(P)}{dt} = \frac{d(mv)}{dt} = v \frac{dm}{dt} = \frac{v(\text{密度} \times \text{體積})}{\Delta t} = ma$$

③ **於阻力情況下的落體運動** $\Rightarrow f = bv$ ，其中 b 是常數；

考慮 $mg - bv = ma$ $\therefore a=0$ 時，**終端(終極)速度**出現 $v = \frac{mg}{b}$

$$\text{而此時其動能} = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m\left(\frac{mg}{b}\right)^2 = \frac{1}{2}\left(\frac{m^3g^2}{b^2}\right)$$

物體在空氣中下降時，其位能將會被用於克服摩擦力之上，
這些能量將會被轉化為空氣的內能。

④ **牛頓第三定律** 指出所有作用力都會有一個相等大小但反向的反作用力存在。

而這一對力又必是 1) 相等大小 2) 互為反向及 3) 成對作用於不同的物體上
(如地球作用於人的引力，人作用於地球的引力)；

⑤四種自然的力：

A)重量(Weight),關係式: $W=mg$	B)摩擦力(Friction)*	C)作用力(reaction)
作用於物體上的引力稱為 <u>重量</u> ,它是一 <u>變量</u> ,隨當地的引力大小改變,當升降機以 g 加速向下,乘客的重量全用作提供自由落下的加速度,地板對乘客的反作用力減至零,引發無重效應.	摩擦力是指 <u>阻礙運動的力</u> ,它的 <u>方向總是與物體運動的方向相反</u> ;	當物體被推動(push)物體受作用力影響
	當作用力小於摩擦力,靜止物體不能運動	D)張力(tension) 當物體被拉動(pull)物體將受張力影響

*摩擦力與接觸的表面積無關,而是與兩表面之間的施力的大小成正比($f=\mu N$);
施力-摩擦力=加速度,即 $F - f = ma$; 升降機地板對乘客的反作用力 $R=mg-ma$

⑥慣性質量及引力質量 質量是指物體的物質質量測量,它是一種向量

慣性*質量	引力質量
<u>測量要改變它運動狀態的難度</u> ,與其位置無關. (與牛頓第一定律相關)	<u>測量它對其他物體的吸引力</u> (即物體對重力感應的測量)
e.g 無重狀態下,利用一已知質量的標準粒子撞擊另一不明質量粒子後,根據兩粒子碰撞後速度變化,再用動量守恆定律來判斷該兩粒子質量之比.	e.g 在有重力的地方,如地球;用天秤即可測量這種質量.

要注意的是慣性質量及引力質量的概念雖然完全不同,
但實際上它們的數值是一樣的(等效性)

⑦動量守恆：系統內的動量在無外力的影響下,碰撞前動量等於碰撞後動量.
即 $m_1u_1 + m_2u_2 = m_1v_1 + m_2v_2$ (動量(P) = MV , 單位為 kgms^{-1} 或 Ns)

衝量 (動量的改變)的公式： $Ft = m(v-u)$, 碰撞平均力 $F = \frac{m(v-u)}{t}$

碰撞的類型分析 (83,96AL): 碰撞前後, 1)動量守恆, 2)動能要視乎情況:

彈性碰撞	非彈性碰撞	完全非彈性碰撞
動能守恆	總動能減少, 部份動能轉為內能	物體黏在一起, 總動能減少最多

反衝的例子：給一個氣球充氣, 然後釋放它. 氣球中的空氣便帶著向後的動量噴出來, 根據牛頓第三定律, 氣球噴出的空氣對其周圍空氣的力會產生等量反向的反作用力, 令氣球向前「反衝」飛走.(另一例子是來福槍的反衝運動)

兩個靜止物體因爆發而彈開關係式： $\frac{m_x}{m_y} = \frac{\Delta v_y}{\Delta v_x}$

⑧二維空間的動量

根據動量守恆定律, 以向量表示 $m_A\mathbf{u} = m_A\mathbf{v}_A + m_B\mathbf{v}_B$

x 分量： $m_Au = m_Av_A\cos\theta + m_Bv_B\cos\beta\dots(1)$

y 分量： $0 = m_Av_A\sin\theta - m_Bv_B\sin\beta\dots(2)$

為方便計算,假設以上碰撞都是彈性碰撞(動能守恆)

聯立(1),(2)式, 將得 $\frac{m_A}{m_B} = 1 + 2 \frac{\sin\beta}{\sin\theta} \cos(\theta + \beta)$, 我們將發現

1 : 當 $m_A/m_B > 1$, $\cos(\theta + \beta) > 0$, $\therefore (\theta + \beta) < 90^\circ$

2 : 當 $m_A/m_B = 1$, $\cos(\theta + \beta) = 0$, $\therefore (\theta + \beta) = 90^\circ$, 這性質可用於證明 α 粒子是氦核

3 : 當 $m_A/m_B < 1$, $\cos(\theta + \beta) < 0$, $\therefore (\theta + \beta) > 90^\circ$

⑨虎克定律

- 任何物體在彈性限度*下受外力形變後, 要恢復原狀的力, 稱為彈力或回復力
- 彈簧被拉伸 x , 所需外力 $F=kx$, 而回復力(彈簧縮短的力) $F=-kx$
- 彈力可傳遞至其他物體上, 成為形變物體對它的支持力(或其中之一).

*彈性限度是指物體形變過大, 超出某一限度時, 物體便不再回復至原來的原狀.

注意:兩個彈簧被拉長的話, 拉伸力將會倍增至 $2kx$;

k 的單位為 Nm^{-1} , 較硬的彈簧的力常數較大.(參考物性學 p.3 固體)

- 除了動能和重力势能外, 另一常見的是彈性势能. 根據虎克定律, 拉伸彈簧時, $F = kx$, 拉動彈簧所作的功 $= \frac{1}{2}kx^2$, 其中彈性势能能儲存在彈性材料中.
- 某些力在作功時並不轉化為熱量, 只會表現為势能增加的形式儲存起來, 我們將這種力稱為保守力; 相反, 運動過程產生的熱是因克服空氣阻力, 摩擦力等而引起的, 這是一種耗散力. 保守力與作功的路徑無關.(參考 1986AL I 2)

⑩作功和能量(參考物性學筆記 p.7)

• 作功(W)是能量轉換的量度, 它為定義為 $W = \Delta E = Fs \cos\theta = \frac{1}{2}m(v^2 - u^2)$

• 功率(P)的定義為功與完成作功過程的時間比值, $P = \frac{\text{功}}{\text{時間}} = \frac{W}{t} = \frac{FS}{t} = FV$

*注意! 功的單位是 J 或 Nm, 是一標量, 而功率的單位為: Js^{-1} , 瓦(w)

第二章：平面運動

- I) 拋物體 a) 拋物體運動中, 水平(x 軸)及垂直(y 軸)的運動分量是互相獨立的;
b) 拋物體只會受均加速度(g)影響而下降(「猴子和獵人」實驗)

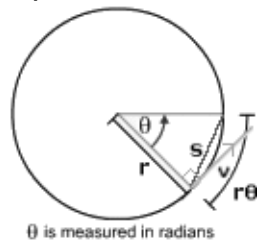
平拋物體運動: 任意時刻的速率 $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}$ (另常考 time of flight)

斜拋物體運動: 常考 Range, time of flight, Maximum Height

*注意! 撞到地面前的一刻物體速率是 V_y , 而不是 V

另外, 拋物體撞擊地面時, 如是彈性碰撞, 將會反彈至比原拋下來更高的高度。

II) 圓周運動: 物體以均速率移動, 但不斷改變速度的向心加速運動。



考慮瞬時, $s \sim \widehat{AB} = r\theta$, 定義: 角速度 $\omega = \frac{\theta}{t}$
 $\therefore v = \frac{s}{t} = \frac{r\theta}{t} = r\omega$, 定義: 角加速度 $\alpha = \frac{d\omega}{dt} = \frac{\omega - \omega_0}{t}$
 切向加速度 $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d(r\omega)}{dt} = r\alpha$

圓周運動使用之均加速方程式(略知...): 1) $\omega = \omega_0 + \alpha t$ (參考 $v = u + at$)

2) $\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha\theta$ (參考 $v^2 = u^2 + 2as$); 3) $\theta = \omega_0 t + \frac{\alpha t^2}{2}$ (參考 $s = ut + \frac{at^2}{2}$)

注意! 頻率 $f = \frac{\omega}{2\pi}$, 週期 $T = \frac{2\pi}{\omega}$

III) 向心力:

向心加速度(a_c) = $\frac{v^2}{r}$ 或 $r\omega^2$ (A1), 向心力(F_c) = $ma_c = \frac{mv^2}{r} = mr\omega^2$ *

向心加速度是垂直於切向速度及直指向中心的, 向心力是維持圓周運動所必需。

*當物體進行一垂直面圓周運動時, 物體到達底部時, $F_c = \frac{mv^2}{r} = R - mg$,

其中 R 為作用於物體上的反作用力。因此當 v 增加時, R 增大, 而 F 亦會增加 (可以考慮 R 與張力 T 方向是相同的)

向心力實驗(一): 迴轉橡膠塞 (E1, 1987 及 1996AL)

利用繩子的一端連接橡皮塞, 將繩的另一端穿過玻璃管, 連接砝碼及在玻璃管口的繩上加入紙標記, 最後實驗者轉動系統, 令橡皮塞升近水平進行圓周運動。

設 T 為繩張力, ℓ 為由玻璃管至橡皮塞的繩的長度, v 為橡皮塞之運動速率。

考慮 x 方向, $T\sin\theta = \frac{mv^2}{r}$ 及 y 方向 $T\cos\theta = mg$, 則 $\tan\theta = \frac{v^2}{rg}$ 及 $T = Wg$

要令橡皮塞運動速度增加, 方法就是令它接近水平方向旋轉*

*因為橡皮塞的垂直分量是用作平衡橡皮塞重量, 因此它不可能水平向旋轉。

增加橡皮塞速率之方法	出現實驗誤差的原因
● 增加砝碼的重量	● 在玻璃管及繩上均出現摩擦力;
● 減少橡皮塞之重量	● 橡皮塞未有進行平面圓周運動或均速移動;
● 增加 ℓ 的長度	● ℓ 的長度在實驗過程時, 可能有所改變。

當用以抵銷摩擦力影響的外力停止作用後, 則橡膠塞的動能將用作克服摩擦力, 這令 V 及 r 減少, 最終 ω 增大。

向心力實驗(二): 彈簧秤實驗分析

彈簧秤的讀數為質點的向心力與重量之和

提高實驗準確度的方法	能量變化:
用較硬的彈簧秤, 以減少它所儲存的彈性勢能。	最高點移至最低點時, 質量的引力勢能將轉為動能及彈簧的彈性勢能。即 V 及 A 增加, 而張力亦同時增加

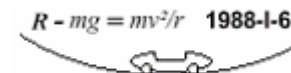
迴環運動分析:

要在最高點繼續運動, 質點要達至的最少速度值:

$$R_A + mg = \frac{mv_A^2}{r} \Rightarrow R_A = \frac{mv_A^2}{r} - mg \Rightarrow \frac{mv_A^2}{r} - mg \geq 0 \therefore v_A = \sqrt{rg}$$

要達至質點達至最低點時要達至的最低速度值:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 - \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(2r) \Rightarrow v_B = \sqrt{5rg}$$



要維持迴環運動, 所需的最低起始高度: 考慮 $mgh = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow h = 2.5r$;

第三章：振動

I) 簡諧運動：加速度(a)與位移(x)成正比關係，而它們的方向是互為相反的。
關係式： $a = -\omega^2 x$ (A2)，x 為自平衡點的振溫幅度(位移)， ω 則因應不同環境出現的參數(ω 是角頻率， $\omega=2\pi f$ 或 $f=\frac{\omega}{2\pi}$)，平衡點指作用於物體的合力等於零

簡諧運動特點：●機械能在運動過程中是守恆的；

●週期和振幅是互相獨立的，因此簡諧運動是一等時運動；

●加速度在簡諧運動過程中是不斷改變的；

●位移與速度有 $(\pi/2)$ 的相位差；加速度與速度有 $(\pi/2)$ 的相位差。

簡諧運動圖線的特質：設運動的振幅為 A 及 ϕ 為初相，A 為最大振幅

設位移 $y = A \sin \omega t$ 或 $y = A \cos \omega t$ ，則速度 $v = \frac{dy}{dt} = \omega A \cos \omega t = \omega A \sin(\frac{\pi}{2} + \omega t)$

聯立速度和位移與時間關係， $\frac{x^2}{A^2} + \frac{v^2}{(\omega A)^2} = 1 \Rightarrow v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$

加速度 $a = \frac{dv}{dt} = -\omega^2 A \sin \omega t = \omega^2 A \sin(\pi + \omega t) \therefore$ 最高加速度($a_{\max}$) = $\omega^2 A$

$\Rightarrow$ 最大作用力($F_{\max}$): $m\omega^2 A$ ，另外最高速度($v_{\max}$) = ωA

參考試題：1982AL II(A) 6 的簡諧運動圖線，

簡諧運動的應用

以下同時適用於水平彈簧振動及垂直彈簧振動

1) 首先繪畫該系統的作用力圖，然後利用 $F = ma$ 及作用在物體的另一力關係式 [e.g. $F = -kx$ ，注意! 對垂直彈簧 $mg = -k(e + x)$ ，但因平衡時 $mg = -ke$ ， $\therefore F = -kx$]

2) 證明該運動是一簡諧運動(從而得知 ω)，然後利用 $T = 2\pi/\omega$ ，計得 T；

3) 利用動能($\frac{1}{2}mv^2$)，彈性勢能($\frac{1}{2}kx^2$)和速度/位移關係式($v = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$)

計算有關該系統的能量問題；(亦可使用位移和時間關係式 $x = A \sin \omega t$ 計算)

記著! 整個系統的機械能(M.E) = K.E + P.E

根據簡諧運動的定義，M.E 在運動過程中為一常數，不受時間或位移影響，因此當 $K.E_{\max} = ME$ ，同時， $P.E = 0$ ；注意! $P.E \propto x^2$ ， $K.E \propto v^2$ ， $\therefore t=0$ ， $x=0$ 時， v 是最大的，

e.g. : (1994AL) 若將一塊方塊放在鉛盤連一垂直彈簧之上，則考慮其最大振盪幅度時： $mg - N = m\omega^2 A$ ，其中因無重關係， $N=0$ ； $\therefore$ 在這情況下 $mg = m\omega^2 A$

簡單鐘擺：如果鐘擺振盪只維持在一個細的角度(0° - 10°)，則這是一簡諧運動

考慮 $F = -mg \sin \theta = -mg \theta = -mg \frac{x}{l}$ 及 $F = ma \Rightarrow a = (-\frac{g}{l})x$ ，其中 l 為繩子長度

利用 $T = 2\pi/\omega$ ，計得 $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$ ，由此，我們便知道鐘擺運動下，T 和 m 無關。

出現誤差的原因：這個運動將並非完全是個簡諧運動，原因包括 1) 鐘擺振盪的角度太大，2) 測量物體重量及繩長時出現誤差，3) 浮力，空氣阻力及紙帶的摩擦力對物體的重量及週期有所影響(阻尼運動的出現)；

改善辦法：使用較長的繩來減少繩長的相對測量誤差。

*有關證明簡單鐘擺是簡諧運動的實驗，編號是 E2，請參考筆記所寫實驗詳情。



思考點，太空上的簡諧運動：由於質量彈簧系統的振盪週期是 $2\pi \sqrt{\frac{m}{k}}$ ，與重力加速度(g)無關，因此在太空無重狀態下，亦可用質量彈簧系統來找出物體質量。

備註：串聯彈簧的力常數公式： $\frac{1}{k_T} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}$

II) 阻尼運動(只作定性分析)

阻尼力(一些阻力，如空氣阻力)的出現，令運動系統(如鐘擺)的振幅隨時間逐漸降至零，這引致運動系統不再是簡諧運動，而進行阻尼運動。在這類系統中，運動系統的能量會逐漸損失(如轉為空氣的內能)。

微弱阻尼運動：振幅隨時間呈指數式減少，其運動越來越慢。**強阻尼運動：**阻尼力大至可以讓物體在拉至最低點後，便瞬即返回平衡點，而不再繼續振盪。

III) 受迫振動：運動的頻率被外來的振動器所影響 (只作定性分析)

實驗：用手吊起彈簧的上端，按某一角頻率(ω)有規律地上下移動彈簧，將手上下運動速度由慢慢加快，我們將發現重物初時的振動振幅是很小的，當手向上運動，重物也向上；手向下運動，重物也向下，即振動與施力的方向相反。但當手運動的頻率逐漸增大，直至接近系統的自然角頻率(ω_0)時，雖然手運動的振幅仍然很小，但重物運動的振幅卻越來越大，此時**共振**現象便**出現**，這亦稱為合拍。人手的推動達到最大的推動效果，重物接收最多的能量，達至最大的振幅。振動與施力相差四分之一個週期(即 $\pi/2$)；當 ω 超過 ω_0 後繼續增加，振幅又會開始回落。當力向上時重物彈向下，此時的相差達到半個週期(即 π)。

其他常見的實例包括小孩打鞦韆。以下是振幅及相差對頻率作圖

第四章：轉動

I)剛體的平衡條件：轉動平衡是指對任意一點，力矩=0

平移平衡如質點平衡是指 (a)順時針力矩 = 逆時針力矩；

(b) 作用於系統的合成力等於零，即 x 軸及 y 軸方向的力能互相抵銷。

II) 轉動動力學基礎(指剛體繞著固定軸的圓周旋轉運動*)

轉動慣量 $I = \sum_i m_i r_i^2$ ，單位為 kgm^2 (純量)，它是物體轉動時改變其轉動慣性難度的量度，轉動慣量越大，物體的轉動狀態越難改變。(比較慣性質量 p.2)

注意：轉動慣量的大小是取決於轉動軸的位置和物體的形狀及其質量分佈；因此，同一物體的轉動慣量並不是唯一的。

轉動慣量的大小 (無論強記或導出，只供參考)：(假設轉軸在中央)

碟型： $I = \frac{mr^2}{2}$ ，環形： $I = mr^2$ ，球體： $I = \frac{2mr^2}{5}$ ，棒狀： $I = \frac{ml^2}{12}$

假設物體是由 n 個質點組成，則轉動體的所儲存的能量(動能)

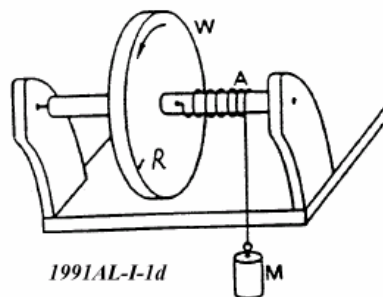
$$K.E. = \sum_i \frac{1}{2} m_i v_i^2 = \sum_i \frac{1}{2} m_i r_i^2 \omega^2 = \frac{1}{2} \omega^2 \sum_i m_i r_i^2 = \frac{1}{2} I \omega^2 \text{ (A4, 需要推導!!!)}$$

線性：轉動的 $K.E \Rightarrow \mathbf{v}:\omega$ ， $\mathbf{m}:I$ ， $\therefore \frac{1}{2} mv^2 = \frac{1}{2} I \omega^2$

*注意：在物體轉動時，物體上各點皆進行圓周運動

轉動的應用例子：解釋為何過平衡木時，雙手拿著啞鈴會較為平穩

首先考慮沒有轉矩作用於人身上時，他將處於平衡狀態；但當有外轉矩作用於人身上，使他產生一角加速度，影響其平衡狀態，最終導致他在平衡木上跌下來。考慮雙手拿著啞鈴時，



1991AL-1-1d

那人的轉動慣量將會增加，這將會使他轉動的慣性增加，令他更容易達至平穩狀態。

III)利用飛輪實驗尋找轉動慣量(E3,1991AL)

r 為 A 的半徑；h 為 M 未釋放前和地面的距離；

t 是 M 跌至地面後 F 仍繼續轉動的時間；

n = F 在 M 跌至地面前的轉動數目；

n' = F 在 M 跌至地面後繼續轉動的轉動數目。

*觀察者需使用飛輪的記號"R"去記錄 n 和 n'；

另外，設 ω 為 F 在 M 跌至地面時的角速度，e 為每圈對於摩擦力的作功

定量分析(圖半分，文字描述該圖及實驗過程 2 分，如何記錄 1 分，分析 3.5 分)

① M 跌至地面時，M 損失势能 = M 動能增加 + F 動能增加 + 對摩擦力的作功

$$mgh = \frac{1}{2} M(r\omega)^2 + \frac{1}{2} I \omega^2 + ne$$

② 當飛輪逐漸減速至靜止時，F 的動能 = 對於摩擦力的作功

$$\frac{1}{2} I \omega^2 = (n'e) \Rightarrow e = \frac{I \omega^2}{2n'}$$

③ 飛輪減速時的平均角速度： $\frac{\omega + 0}{2} = \frac{2\pi n'}{t} \rightarrow \omega = \frac{4\pi n'}{t}$

代②及③入① $2mgh = [Mr^2 + I(1 + \frac{n}{n'})] \times (\frac{4\pi n'}{t})^2$

因此便能找出 I，即轉動慣量的大小(注意：摩擦力令計算出來的轉動慣量被高估)

IV)飛輪在機動車輛引擎中的應用

內燃機由許多汽缸所組成，每個汽缸內的氣體均會在某時間突然點燃膨脹而輸出很大的能量，但除此之外的時間，汽缸卻不會有任何能量輸出。這引致了如果汽缸的能量全用於推動汽車向前行駛，汽車的運行很不平穩；

因此，我們利用飛輪把汽缸輸出的一部份的能量吸收，並在其餘的時間將能量釋放回汽車，使汽車的運動變得較為平穩。*注意！飛輪越大將使汽車行駛越見穩定，但所造成的能量損失亦會較大，同時汽車的最高速度和加速度亦會減少。

V)角動量($L = I\omega$)與角動量守恒($I_1\omega_1 = I_2\omega_2$)，轉矩($\tau = I\alpha$ 或 $T = I\alpha$)

• 物體進行線運動時，其線動量 $P = mv$

$\therefore$ 轉動物體的角動量=轉動慣量×角速度，即 $L = I\omega$ (A3)，單位為 $\text{kgm}^2\text{s}^{-1}$

• 另外,根據牛頓第二定律,作用於物體的力和加速度關係是 $F=ma$

考慮對一個碟型的作功(W)=它的轉動動能(K.E.)改變

$$\therefore Fs = \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I\omega_0^2 \Rightarrow Fr\theta = I\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{2}\right) \Rightarrow \tau = I\left(\frac{2\alpha\theta}{2\theta}\right) \Rightarrow \tau = I\alpha$$

注意!轉矩(τ 或 T)的單位則是 **Nm** 是一矢量;另外,作功 $W=Fr\theta=\tau\theta$

• 考慮 $\tau = I\alpha = I \frac{d\omega}{dt} = \frac{d(I\omega)}{dt} = \frac{dL}{dt}$ (**A4**), 因此 轉矩被定義為角動量的改變率.

這就是把牛頓第二定律, $F=d(P)/dt$ 應用於轉動體時的情況.

由此,如果有一為常數的外轉矩作用於該系統,角動量將均勻增加.

相反,如果沒有外轉矩作用於系統,則角動量會守恆($L_1\omega_1 = L_2\omega_2$)

VI)角動量守恆的應用 (①: 1994 AL, 5marks)

①一個人在平台上的轉動運動(溜冰員,芭蕾舞員)	②高台跳水/空中飛人
假設地面的摩擦力為零($\tau=0$),當芭蕾舞員轉動身體時,突然把手靠近身體,則他的轉動慣量 I 將減少. 根據角動量守恆 $I\omega = I_0\omega_0$,新的角速度 $\omega=(I_0/I)\omega_0$ 從 $I < I_0$, $\therefore \omega > \omega_0$,即他的角速度有所增加. 考慮物體的動能改變 $= \frac{1}{2}I\omega^2 - \frac{1}{2}I_0\omega_0^2 = \frac{1}{2}I_0\omega_0^2\left(\frac{I_0}{I} - 1\right) > 0$ ($\because I < I_0$) 即動能有所增加,這是因為他把手靠近身體作了功.	同樣,當跳水者抱頭(或以較大的速度)起跳,他的轉動慣量 I 將減少. 利用角動量守恆定律, $\omega=(I_0/I)\omega_0$ ($\because I < I_0 \therefore \omega > \omega_0$) 即他的角速度會增加了,令他在入水前轉更多圈.

VII)滑動與滾動問題

①試想想錢幣在地面上滾動時,它同時進行兩種方向的運動:**1)平移 2)繞圈轉動**

考慮錢幣轉動一週的時間 $T = \frac{2\pi}{\omega}$,而錢幣邊緣移動距離(平移) $=2\pi r$,

因此平移速度 $= \frac{2\pi r}{T} = r\omega =$ 滾動速度, $\therefore$ 其線加速度(a) $=r\alpha$,其中 α 為角加速度;

而總動能= 平移動能+轉動動能 $= \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$

②如果物體在**斜面滾動***而下(*注意!滾動是指滑動+轉動的合運動狀態)

考慮在滾動和滑行的情況下勢能減少是相同的(另一解題方法請參考筆記!)

$$\text{在滾動的情況下, } mgh = \frac{1}{2}I\omega^2 + \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v^2 = \frac{2mgh}{\frac{I}{r^2} + m} \dots (1)$$

$$\text{在滑行的情況下, } mgh = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v^2 = 2gh \dots (2) \text{ (注意! } v=r\omega)$$

比較(1)及(2)便可知相同質量的物體滾動而下比滑動而下的會有較少的滑下速度,即物體滾動而下會使物體滾動至平面的時間增加.

$$\text{而平移動能和轉動動能的比例} = \frac{1}{2}I\omega^2 : \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}I\left(\frac{v}{r}\right)^2 : \frac{1}{2}mv^2 = \frac{I}{r^2} : m$$

*P.S: 純轉動: 有摩擦力,但沒有對摩擦力作功, 滑行: 沒有摩擦力.

轉動+滑動(滾動): 有對摩擦力作功. (1994 AL, 3marks, 1993MC(2))

思考點:空心/實心球體的滾動問題 對於兩個質量和半徑都相同的球體,

如果一個是空心(即質量只集中在邊緣位置的球),而另一個是實心的;

當它們滾下來時,空心球將較快,因為它的轉動慣量較大,令空心球的動能較大

VIII)轉動的簡諧運動 : $\alpha = -\omega^2\theta$, 而 $\theta = \theta_0\sin(\omega t + \phi_0)$,

其中 θ_0 為最大角位移, ω 為最大角速度, ϕ_0 則為初相位.

簡單鐘擺	剛體的振動
考慮其轉動慣量($I = ml^2$ 及 轉矩 $\tau = I\alpha = -mg\ell \sin \theta = -mg\ell \theta$ $\therefore \alpha = -\frac{g}{l} \theta$, 即 $\omega = \sqrt{\frac{g}{l}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}}$	考慮轉矩 $\tau = I\alpha = -mg\ell \sin \theta = -mg\ell \theta$ $\therefore \alpha = -\frac{mg\ell}{I} \theta$, 即 $\omega = \sqrt{\frac{mg\ell}{I}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mg\ell}}$

扭擺	回復轉矩($\tau = -c\theta = I\alpha$ (金屬線提供正比於 θ 的回复轉矩*))
	$\therefore \alpha = -\frac{c}{I} \theta$, $\omega = \sqrt{\frac{c}{I}}$, $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{c}}$

*注意! c 為金屬線的扭力常數,它是與金屬線物料,長度,厚度有關;
這項實驗的誤差來自太大的振幅及不純正的扭擺.

A-Level Physics : Data Analysis & Mechanics 前稱 : 高級程度物理筆記(力學) <完>
Since 2000/11/08 ©Lawrence Chung, Version 1.0 2001/5/13, V1.1a May 18, 2001
V1.5c(May 27,2001-June 27,2001) Testing Version 2.0a (首個橫排版) 2001/10/21
Version 2.0(Final) 2001/11/12 Version 2.01 2002/3/2 Version 2.02 2002/3/29
Version 2.03 2002/4/17,new PDF version 2005/02/12

補充課題 或 多餘資料

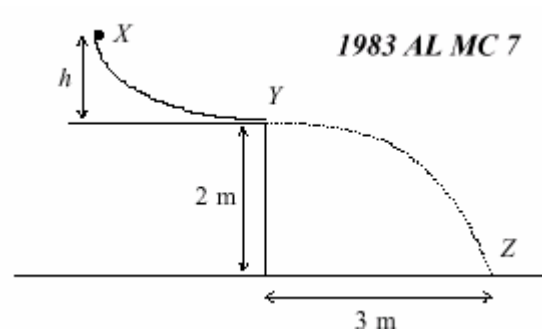
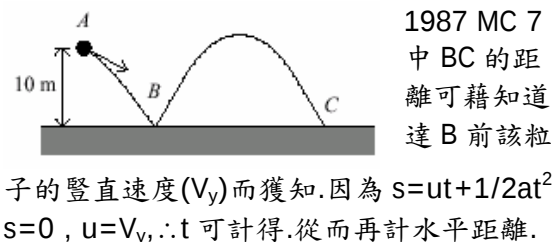
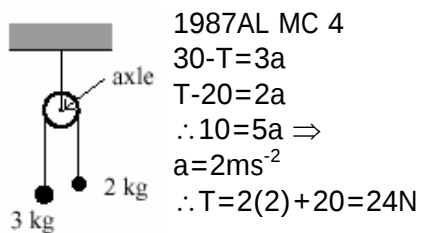
物理常犯錯誤(第一及第二章部份)

- 1)在補償摩擦跑道下,物體的力分量圖中,摩擦力仍然存在;
- 2)升降機向上時,加速將使視重增大,降速時視重減少,均速時則不變;
向上加速: $R=mg+ma$, 降速: $R=mg-ma$
- 3)物體向上拋時是會有一段時間是瞬時靜止的,但斜拋向上的物體卻不會有瞬時靜止的時刻,因為它的水平速度在過程中是維持不變的;
- 4)發射高度能決定質點的相對位置,質點的質量不會影響拋物體的速度與距離;
- 5)在類似猴子和獵人的實驗(1990AL I 4),如果獵人要斜射以均速向下的猴子,其斜射角度將受猴子起始高度和猴子和獵人的水平距離影響。
- 6)張力在圓周運動中是與同心力同向的,因此在垂直面圓周運動中,

質點移至最底部時,質點的 $F = m \frac{v^2}{r}$

- 8)將兩質點隔著一段時間進行垂直下跌運動,則兩質點間的垂直差距會漸增。

past paper 常犯錯誤



考慮 X 至 Y, $V^2=2gh$
考慮 Y 至 Z, $t=3/V$
同時, $s=1/2at^2$
 $\therefore$ 可計得 h 的高度

離心分離器之基本工作原理(只作定性分析)

離心分離器內藏有數根裝在管子裏的試管,並用鉸鏈接合試管。隨著機器開始運作,試管之旋轉速度漸增,管子上升並靠近水平,以角速率 ω 繞軸轉動。

此時管子以角速率 ω 繞軸轉動,管內液體出現壓強差。例如液體壓力 P_1 和 P_2 分別作用於管內一小區段 AB,此時的壓強差為 P_2-P_1 ,由此對液體產生了一向心力。

如果我們將一小區段 AB 的液體換為一較低密度的液體,而壓強差又要保持不變,則所需的向心力將較少,所多出來的力(excess force),將使這小區段低密度液體推向開口處,即密度較低的液體或懸浮物會「浮」到頂部開口處,密度較高之液體將「沉」到管子的底部。

使用離心分離器的好處:能快捷方便的分離一些經常混在一起的液體如牛奶和奶油,因為向心力能抵銷擴散作用。

離心力與引力加速度分離液體效果比較: $\frac{\omega^2 r}{g} \gg 1$ (離心力比引力大很多倍)

課程中其他的圓周運動例子

- 1) 飛機拐彎, 定量分析: 假設 U 為浮力, $U \cos \theta = mg$, $U \sin \theta = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow \tan \theta = \frac{v^2}{rg}$
 $\therefore$ 如果要繞圈半徑(r)不變,而速度(v)又很大的話,則飛機須以更大角度去拐彎。

- 2) 電單車轉彎, 定量分析: 水平方向: $f = m \frac{v^2}{r}$, 垂直方向: $N = mg$,
以電單車中心計算力矩: $f \times h = N \times d$, 其中 d 為重心和車輪的水平距離。
利用以上三式,我們將證得 a) $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$;
b) 電單車和地面及輪胎最大摩擦力 $f_{\max} = \mu mg$, 其中 μ 為共同作用的摩擦力。
c) 電單車不翻車的最高速度 $v_{\max} = \sqrt{\mu gr}$ d) 最大傾斜角度 $\theta_{\max} = \tan^{-1} \mu$

3) 汽車在平地轉彎,定量分析: 水平方向, $f + f' = \frac{mv^2}{r}$, 垂直方向: $N + N' = mg$

以汽車中心計算力矩: $N'b = Nb + (f + f')h \dots (*)$, b 為兩車輪和中心的距離
 $\therefore N' > N$, 即外圈的车胎的反作用力(N')大過內圈(N). 當汽車轉彎的速度(v)增大, 地面上的摩擦力(f, f')增大, 使外圈的车胎的反作用力將會進一步增大, 內圈的則會減少, 這令汽車高速入彎時, 會產生翻車的現象;

當翻車出現時, $N = 0$, $N' = mg$, 從 $(*)$, $f + f' = \frac{mgb}{h}$, $\therefore v = \sqrt{\frac{gbr}{h}}$

為了降低翻車的機會, 兩個輪胎之間的距離($2b$)最好較大, 而車內負載的中心則最好能降低高度(減少 h 的值), 使之較為接近路面.

4) 另一個情況, 如果汽車是在斜面上轉彎, 定量分析: 假設摩擦力可略去不計

水平向: $(N + N') \sin \theta = m \frac{v^2}{r}$; 垂直方向: $(N + N') \cos \theta = mg$, 從而得 $\tan \theta = \frac{v^2}{rg}$

由於車的反作用力較大, 這產生了額外的向心力令汽車能以較高速度轉彎.

筆記使用注意事項:

本筆記作者為 2002 年度 A-level 考生。大學所修讀的亦並非理科科目，因此筆記之內容在過去數年均未有作出更新。

如果各位讀者對筆記內容有任何疑問，請向你的老師或同學查詢。

如果各位確實本筆記內容確實有誤，請通知本筆記作者。

本筆記內所引用之圖片或文字，如侵犯了其他人等之版權

敬請有關之版權持有人向本筆記作者聯絡。

本筆記作者電郵：lwrncchg@yahoo.com

本筆記為非賣品，請勿將此筆記作商業用途。

本筆記作者將保留版權使用的權利，唯容許各同學自由複印內容。

<END>