

牛頓萬有引力定律(Law of Universal Gravitation)

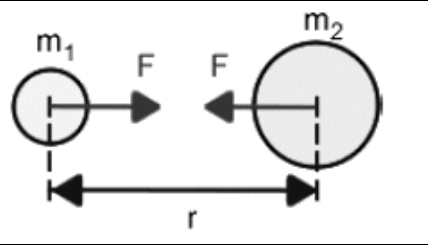
萬有引力的特點：①必須是成對出現的；

②任何物體之間都存在的相互吸引力；

③關係式： $F = \frac{Gm_1m_2}{r^2}$  (c1)

其中  $G$  為引力常數 $=6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2}$

④符合平方反比定律(Inverse-square law)



場強  $g$ ：每單位質量受到的引力，相當於當地的重力加速度(但定義不同)

考慮  $g = \frac{F}{m}$  及  $F = -\frac{GMm}{r^2}$ ，得  $g = -\frac{GM}{r^2}$ 。其中  $g$  的單位為  $\text{Nkg}^{-1}$  或  $\text{ms}^{-2}$ 。

引力場與緯度和深度關係(假設地球是一均勻密度的球體)

①高度或深度與引力的關係

凡高於地球表面的地方，物體  $g$  的大小是會按其到地心距離的平方成反比關係；而地表下的某點的  $g$  是和地心的距離成正比，即隨深度線性地減少。

高度： $g \propto \frac{1}{(\text{到地心距離})^2}$ ，深度： $g \propto \text{到地心距離}$

②緯度  $\theta$  對引力的影響

當地球進行自轉時，地面上的質點隨地球作圓周運動。當質點位於南北極，由於質點的向心力( $m\omega^2 R$ )為零，因此重量沒有受到影響。相反，赤道位置上的質點由於向心力與引力是同向的，因此互相抵銷後，赤道之上的質點重量較低。

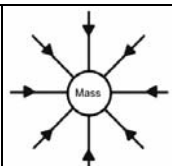
質點重量 =  $\frac{Gm_1m_2}{R^2} - m_2\omega^2 R$  (引力-向心力)，但這並非完全準確，做成誤差的原因：

- a) 地球並非均勻圓球體，而是一類似南瓜形的橢圓形球體，赤道半徑較極半徑大；
- b) 地球的密度並不均勻，地球中心附近的密度是最高，其後向外層逐漸降低；
- c) 自轉軸和兩極之間所成的極軸是有一小角度的差別。

引力勢差(Gravitational Potential Difference)

距離地面較遠的地方，有較高的引力勢，因為將物體由較遠處移近，需要作正功，而且物件放在較遠處會自動移近地面。

右圖向中心的線顯示作用力將物體由高引力勢拉到低引力勢。



引力勢： $V = -\frac{GM}{r}$  (c2)的推導

某點的引力勢：相當於將質量由該點移至無窮遠的每單位作功\*

即作功  $W = \int_r^\infty F dx = \int_r^\infty \frac{GMm}{x^2} dx = \left[ -\frac{GMm}{x} \right]_r^\infty = \frac{GMm}{r}$

與此同時，作功令引力势能作出相應的改變， $U_\infty - U_r = \frac{GMm}{r}$

考慮物體在無限遠處的引力勢被定義零， $\therefore U_r = -\frac{GMm}{r}$ ，單位為 J 是一標量。

\*由於引力勢的另一定義是指單位質量的物體在該點具有的引力勢能。(即  $U=mV$ )

$\therefore$  從  $V = \frac{U}{m}$  及  $U = -\frac{GMm}{r}$ ，得  $V = -\frac{GM}{r}$  (c2)，得，其中  $V$  單位為  $\text{Jkg}^{-1}$ ，為一標量。

引力場的等勢面和引力線是互相垂直的，由於等勢面上任一點的引力勢皆相同，因此將質點在等勢面上移動是無須作功的。

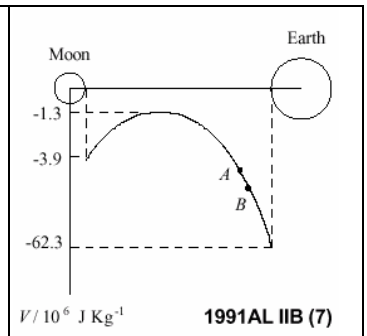
**g 與 V 的關係**：考慮  $g = -\frac{GM}{r^2}$  及  $V = -\frac{GM}{r}$ ，

而  $\frac{dV}{dr} = \frac{d}{dr} \left( -\frac{GM}{r} \right) = \frac{GM}{r^2} = -g \therefore$  場強  $g = -\frac{dV}{dr}$

因此，我們得知由地球至月球共同造成的引力場中，

地球和月球引力相當處， $g=0$ ， $\therefore \frac{dV}{dr} = 0$

引力勢(V)在此處出現最大值(這稱為引力場轉變點)



**衛星**：由於衛星射上軌道後，衛星的重量用於提供所需的向心力，以防止衛星跌回地面，因此顯然地衛星不可繞著南北極轉動，而是應繞著赤道轉動。

**駐留衛星**：所處的軌道位置相對於地面而言是靜止的，繞地運行的週期與地球自轉週期是相同的(24小時)，地球同步衛星一般用於通訊或天氣觀測之上。

**同步衛星的運行速度**：考慮  $\frac{GMm}{r^2} = m\omega^2 r$ ，得  $r = \sqrt[3]{\frac{GM}{\omega^2}} = \sqrt[3]{\frac{GMT^2}{4\pi^2}} = 4.23 \times 10^7 \text{m}$ ，駐

留衛星與地球表面的距離為  $4.23 \times 10^7 \text{m} - 6.4 \times 10^6 \text{m}$  (地球半徑) =  $3.59 \times 10^7 \text{m}$

而運行速度  $= r\omega = \frac{2\pi r}{T} = \frac{2\pi \times 4.23 \times 10^7}{8.64 \times 10^4} = 3076 \text{ms}^{-1}$ ，少於第一宇宙速度。這是因為

地球同步衛星的引力勢能提高了，這是以動能減少來作為代價。

**衛星能量:** 當衛星繞著地球旋轉,其能量=動能+引力勢能

①**圓形軌道衛星(貼地衛星)** 另請參考本節的圖線繪製

由於環繞地球圓形軌道旋轉的衛星引力=向心力  $\Rightarrow \frac{GMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{Gm}{r}}$   
這速度被稱為**第一宇宙速度**(約  $7.8\text{kms}^{-1}$ ),即從地面發射繞著地球運行的衛星所

必須找提供的初速度; 由此衛星動能  $K.E. = \frac{mv^2}{2} = -\frac{GMm}{2r} - (-\frac{GMm}{r}) = \frac{GMm}{2r}$

而勢能  $P.E.(U) = m\left(\frac{-GM}{r}\right) = -\frac{GMm}{r}$ ,  $\therefore$  總能量  $\frac{GMm}{2r} - \frac{GMm}{r} = -\frac{GMm}{2r}$  (1993AL)

$\therefore$  衛星在較高的高度繞地球運動,其速度亦會較低. \* 注意:物體如以低於逃逸速度之速度向行星外拋,則最終的結果是它會達到某一最高高度,然後便落回地面.

\*\*\*衛星的總能量為一負數表示它是受到地球引力場所吸引,如要將它帶離地球引力場範圍,則必要對它施加能量;另外,總能量:勢能:動能=-1:-2:1

**思考點,貼地衛星受地球大氣層摩擦力的影響**

受到大氣層摩擦力影響,貼地衛星的總能量將逐漸減少,令軌道半徑  $r$  減少.  
隨著動能  $T$  反比於距離  $r$ ,衛星的動能將會增加,令速度加快.這將進一步增加大氣對衛星的摩擦力,導致衛星的能量散失進一步加快,令重力勢能減少.最終,衛星返回大氣層,並在這過程中因溫度過高而爆炸及燒毀.

②**第二宇宙速度(又稱脫離速度/逃逸速度)**

即 從地面發射離開地球而繞日運行的小行星所達到的最小發射初速度.

考慮物體離開地球束縛後,地球對它的引力勢能為零,因此發射物體所需的能量等

於引力勢能的變化(大小).即  $\frac{mv^2}{2} = \frac{GMm}{r} \rightarrow v = \sqrt{2\frac{GM}{r}} = 11.2\text{kms}^{-1}$

**趣味資料:黑洞與逃逸速度**

假設有一質量為  $M$  的星球壓縮至半徑  $R$  極小,以致逃逸速度大於光速  $c$ (即

$c < \sqrt{2gR} = \sqrt{\frac{2GM}{R}}$ )那麼,就沒有任何東西能從這星球表面逃離了.這樣的物體稱為**黑洞**.舉

太陽為例,對於太陽這個質量為  $1.99 \times 10^{30}\text{kg}$  的物體,其半徑  $R$  要縮至  $\frac{2GM}{c^2}$  以下才能成為

黑洞.即  $R = \frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \text{Nm}^2\text{kg}^{-2} \times 1.99 \times 10^{30} \text{kg}}{(3.0 \times 10^8 \text{ms}^{-1})^2} = 2.95\text{km}$

**「無重狀態」:** 人們感到自己的重量是因為地球對人身上施下一法向反作用力,而這反作用力又是等於自己的重量.因此,「無重狀態」就是代表沒有反作用力作用於人身上而產生的.「無重狀態」可分為三類:

- ①當一飛船在地球引力下自由落下時,宇航員的重量(引力)全都用作提供加速度,因此反作用力為零; (例子如升降機自由落下)
- ②當飛船進行圓周運動,引力(重量)全都用作提供向心力,因此反作用力被消去;
- ③飛船遠離其他行星/恆星的引力場影響,物體才是真正的沒有重量

●\*注意!「無重狀態」在飛船以均速飛離地球時是不會出現的,因為  $N - mg = ma$ , 如果  $ma = 0$ , 則  $N = mg$ . 只有  $N = 0$  時,才是無重狀態.

舊題重溫: 1993ALII(7c)

宇航員在軌道上的太空艙內處於「失重狀態」.一學生就這事解釋謂:因軌道遠離地球,故重力加速度及宇航員的重量均為零.你同意嗎?試說明你的看法?(3分)

(c) No. At a point in an orbit of radius  $r$ ,

$$\text{acceleration due to gravity} = \frac{GM_E}{r^2} \neq 0$$

$$\text{weight of the astronaut} = \frac{GM_E m'}{r^2} \neq 0 \quad (m' = \text{mass of the astronaut})$$

The astronaut is 'weightless' because his weight (gravitational force) is completely used for centripetal acceleration, thus there is no supporting force (i.e. the sensation of weight)

**推導開普勒定律第三定律(周期定律):**  $\frac{r^3}{T^2} = \text{常數 (C3)}$

行星繞著恆星公轉的週期平方和橢圓長半軸(≈圓半徑)的立方成正比.

(1995AL) 考慮衛星在軌道之上時,向心力相等於引力  $\frac{mv^2}{r} = \frac{GM_s m}{r^2}$

其中  $G$  為引力常數,  $M_s$  恆星的質量,  $m$  為行星的質量,  $v$  為行星的軌道速率.

即  $\frac{GM_s}{r} = v^2 = \left(\frac{2\pi r}{T}\right)^2 \Rightarrow r^3 = \left(\frac{GM_s}{4\pi^2}\right) T^2 = K T^2 \therefore$  常數與恆星有關(1993 MC 11)

Remark: 第一定律稱為軌道定律: 所有行星分別在大小不同的橢圓軌道上圍繞著恆星進行公轉; 第二定律稱為面積定律: 行星的角動量守恆  $L = mvr$  因此越接近恆星的行星公轉速率越高,角動量越少 (1986 AL MC 8)

## 第二章：靜電學

**庫倫定律-電荷間作用力的定律**，兩個點電荷之間的力與該兩點電荷所帶電荷之乘積成正比，與它們之間的距離平方成反比。

例如，兩個點電荷  $Q$  與  $q$  之間距離為  $r$ ，則有相同的

靜電力作用於它們， $F = k \frac{Q \times q}{r^2} = \frac{Q \times q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

$\epsilon_0$  稱為真空電容率是一常數， $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \text{Fm}^{-1}$  (或  $\text{C}^2\text{N}^{-1}\text{m}^{-2}$ )，

$k$  (靜電力常數)  $= \frac{1}{4\pi\epsilon_0} = 8.99 \times 10^9 \text{F}^{-1}\text{m}$

P.S: 點電荷的定義：帶電體的大小相對它們之間的距離是可以忽略的。

**靜電力 vs 引力**: 考慮  $\frac{F_{\text{電}}}{F_{\text{引}}} = \frac{kQq}{GMm} = \frac{9 \times 10^9 \times 1.6 \times 10^{-19} \times 1.6 \times 10^{-19}}{6.67 \times 10^{-11} \times 1.67 \times 10^{-27} \times 9.1 \times 10^{-31}} = 2.3 \times 10^{39}$

$\therefore$  我們計算靜電力可以忽略引力對數值的影響。

**電場** ① 兩個電荷之間的相互作用並不是電荷的直接作用，而是一個電荷的電場與另一電荷電場之間的作用，正電荷電場範圍呈正電荷；

② 起電過程是一電場建立的過程，因為我們需要作功才能將正負電荷分離建立電場，因此電場是具有能量的；

③ 同性相斥、異性相吸，靜電力必成對出現，是一對作用力和反作用力的關係；

④ 電場可分為由電荷產生的靜電場及由磁場產生的感應電場或渦旋電場；

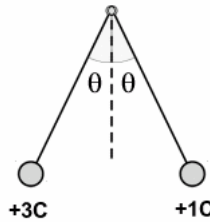
⑤ 電力線可用來表達電場之間的吸引，電力線越緊密，電場越強(電力線永不相交!)

⑥ 靜電場的電力線(電流)由正電荷指向負電荷，而感應電場是沒有起點和終點的閉合曲線；

**電場與引力場的異同之處**：① 電場和引力場同為向量。

② 電場和引力場中的點電荷和質點的吸力均與  $r^2$  反比例。

③ 引力場只有吸引力，但電場是具有吸力和斥力的。



**電場強度**：是一個向量，用以描述電場中力的性質 (每單位電荷所受到的力方向和數值)，單位為  $\text{NC}^{-1}$  或  $\text{Vm}^{-1}$

**點電荷的電場強度**：每單位正電荷在該處所受的靜電力。(2001AL)

考慮  $E = \frac{F}{q}$  ( $F = qE$ ) 及  $F = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r^2} \therefore E = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$  (C4)

**導出 點電荷的電勢**  $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$  (C5) 及  $E = -\frac{dV}{dr}$  (後者是 2001AL)

先導出電勢能  $U$ ，考慮將電荷  $q$  由無限遠處拉至距離  $Q$  只有  $r$  長。

所需作功  $W = \int_{\infty}^r -qEdr = -\int_{\infty}^r q \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr = \left[ \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r} \right]_{\infty}^r = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r} = U_r - U_{\infty}$

由於假設  $U_{\infty} = 0$ ， $\therefore U_r = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$  ( $\therefore$  電勢能只會在同性電荷才是正值的)

P.S: 電勢能用以描述電場中能的性質，被定義為將無限遠處的正電荷帶到電場中某點所需的作功。

**點電荷的電勢**：每單位正電荷從無限遠(或任何零參考點)處移動至該處所需的功

考慮  $V = \frac{U}{q}$  及  $U = \frac{Qq}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，得  $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$ ，是一純量，單位為  $\text{JC}^{-1}$  或  $\text{V}$ 。

設  $A$  和  $B$  是電力線上相鄰的兩點，它們十分靠近，以致兩點間的電場強度  $E$  是常數。

而  $A$  和  $B$  處的電勢分別為  $V$  和  $V + \delta V$ 。  $V_{BA} = A, B$  兩點之間的電勢差  $= V_A - V_B = -\delta V$

$\therefore$  將電荷從  $B$  點運到  $A$  處所作的功為：力  $\times$  位移 = 電荷  $\times$  電勢差  $V_{BA}$

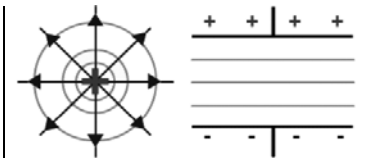
即  $EQ \times \delta x = Q(-\delta V) \Leftrightarrow E = -\frac{\delta V}{\delta x} \Leftrightarrow$  (取其極限)  $\Leftrightarrow E = -\frac{dV}{dr}$

**等勢面** 在電場中，由電勢相等的點所組成的面。

等勢面和電場方向(電力線)必互相垂直；

在放射狀電場中，等勢面間距離自中心向外增加，

等勢面在平行電場中是等距和平行的。



注意：① 將質點由一等勢面移至另一等勢面所需的作功  $w = q\Delta v$

② 如果將負電荷放在電場中，負電荷將沿著電力線向正極移動，而無須作功。

**帶電導體的電勢分佈**

### ① 平行板電場

1993-I-35

metal plate, polystyrene rod, aluminium foil strip, metal plate, EHT

當鋁箔條帶著負電荷,它便會受電勢差影響,而偏向右方(正電勢).考慮  $F=qE$ ,平行板電場是均勻的,由於  $E = -\frac{dV}{dr}$ ,如果  $E$  均勻的話,則電勢  $V$  會在場內均勻的減少.因此,平行板間的電場  $= E = \frac{V}{d}$  (c6)

其中  $V$  為平行板的電壓, $d$  為平行板的距離

而箔片所受的偏轉力  $F = qE = q\frac{V}{d}$

### ② 均勻帶電球

$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R}$

$\frac{Q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$

$0$   $R$   $r$

由於帶電球在靜電平衡狀態下,球內的電荷互相排斥至最遠,因此球體內的電場強度等於零;由於球面的電荷保持靜止,因此沒有合成力作用於這些電荷身上,因此  $F=qE=0$ ,總括球體內及表面的電場均為零;

對於球體外,考慮球體為點電荷,則  $E_{outside} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2}$

利用  $E = -dV/dr$ ,對於帶有電荷  $Q$  的球,球外的電勢:

$$\int_r^\infty dV = \int_r^\infty -E dr = \int_r^\infty \frac{-Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} dr \Rightarrow V_\infty - V_r = \left[ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r} \right]_r^\infty$$

$V_r = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$  ( $\because V_\infty = 0$ ); 由於球內電場為零,在球內移動電荷並不需要作功,因此球內的電勢是一常數

### ③ 火焰探針

EHT, suspension wire, sphere, flame needle, calibrated electroscopes, gas

1987-IIB-4

首先,用線懸掛一金屬球,並把球與超高壓產生器(EHT)相連接.然後將火焰探針在球的周圍移動,則會發現驗電器箔片的偏轉是會隨兩者間距離的增大而減少,但在相同距離上的電勢是相同的,某一點的電勢隨球的電壓升高而增大;

這顯示了帶電金屬球的電荷是對稱分佈的,並均勻的分佈在其表面.

注意事項: 本實驗中的導體球必須與地板,牆壁或其他家具遠離,否則帶電導體

球會使四週物體產生感生電荷.

**火焰探針的原理:** ①當針頭放到具有正電勢的電場中,針頭感應出負電荷,而正電荷被驅趕到驗電器. ②火焰會將探針周圍的空氣電離,正離子把針頭附近的負離子中和,令針頭變回中性. ③驗電器此時仍帶正電荷,並保持偏轉.

這裝置的作用: 既不影響原來的電場,更能令驗電器和探測點的電勢保持一樣.

注意! 驗電器上金箔的偏轉正比於針頭和驗電器外殼的電勢差.

### 尖端作用(sharp point effect)

當物體週圍的電場強度相當於擊穿場強(breakdown field strength)時,絕緣的空氣將會被擊穿(breakdown),引致氣體分子被電離為正離子和電子,此時空氣便可能傳導到電流. 以下是推證表面電荷密度是反比於金屬球的半徑:

先考慮一個帶正電荷的金屬球  $X$ ,以導線連至不帶電的金屬球  $Y$ ,電流便會由  $X$  流向  $Y$ ,直至  $X$  和  $Y$  的電勢變為相等(即  $V_X = V_Y$ )

$$\because V_X = \frac{Q_X}{4\pi\epsilon_0 r_X} \text{ 及 } V_Y = \frac{Q_Y}{4\pi\epsilon_0 r_Y} \therefore \frac{Q_X}{4\pi\epsilon_0 r_X} = \frac{Q_Y}{4\pi\epsilon_0 r_Y} \Leftrightarrow \frac{Q_X}{r_X} = \frac{Q_Y}{r_Y}$$

$$\therefore \frac{X \text{ 的表面電荷密度}}{Y \text{ 的表面電荷密度}} = \frac{Q_X}{4\pi r_X^2} \div \frac{Q_Y}{4\pi r_Y^2} = \frac{r_Y}{r_X} \text{ 即 } \underline{\text{金屬球電荷密度反比於金屬球半徑}}$$

因此,電荷趨向於導體的尖銳部份,產生擊穿空氣的尖端作用.

一個帶正電荷的物件,其尖端上的正電荷會吸引負電荷,排斥正電荷.被吸引的負電荷與尖端上的正電荷反應變成中性電荷,令物件正電荷減少,另一方面被排斥的正離子會移離尖端,產生電離子風.避雷針就是金屬棒的末端透過產生的電離子風減低雲和屋頂的電荷,並為電子提供接地的通道來減低火災的機會.

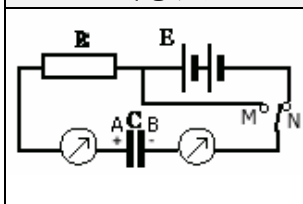
從皮帶上取走電荷的點電極,絕緣滾軸,中空導體,絕緣皮帶,滾軸,點電極藉摩擦或高電壓在皮帶上產生電荷

尖端作用的另一應用是范德格拉夫起電機,它與之前兩項所講有所不同,因為它是一起電方法.

### 第三章: 電容器 (電容能使我們知道每單位電勢的增加令電容器儲存多少電荷.)

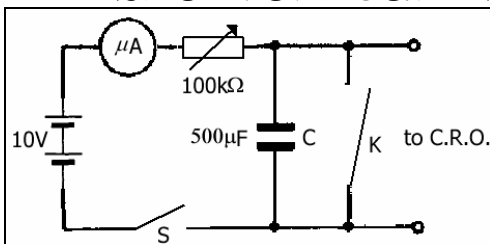
電容器是一電子元件,用於透過充電和放電來儲存及釋放電子(如金屬板,膠板等)其基本構造是中間夾著電介質(dielectric,例如空氣,紙張等非傳導物件)的兩片導體.無極性電容器與有極性電容器的分別是有極性的電容器只有一邊可以連接正電勢,否則將會爆裂(explosion),如電解電容器,這類電容器的優點是電容較大.

**E19. 認識電容器**



當開關連至 N,板 A 變為帶正電荷,而板 B 變為帶負電荷,此時平行板電容被充電(charged),當電容器兩端的電勢差等於電池組的驅動電壓時電荷停止流動,充電完畢;當開關連至 M,平行板間的電荷流經電路,流至另一平行板,引起電流.最後,兩塊板上都沒有淨電荷,電容器上的電勢差變為零,電容器放電(discharged)完畢.

**E21. 用穩恆電流將電容器充電,從而探討電容和電勢差的關係**



實驗之前,先閉合 K,令電容器放電.然後閉合 S,並由大至小\*調整可變電阻,藉此通過穩恆的適當大小電流,如 100μA.使跨過電容器的電壓值增加,這可利用示波器紀錄下來.最後,將 V 對 t 作圖,我們將發現得一直線.

\*如果起始電阻太大,通過的電流太大將很快充完電,難以觀察實驗結果.

由於電容器的電荷  $Q=It$ ,即正比於時間,因此  $Q$  亦正比於  $V$ .∴ 得出  $C = \frac{Q}{V}$  (c7)

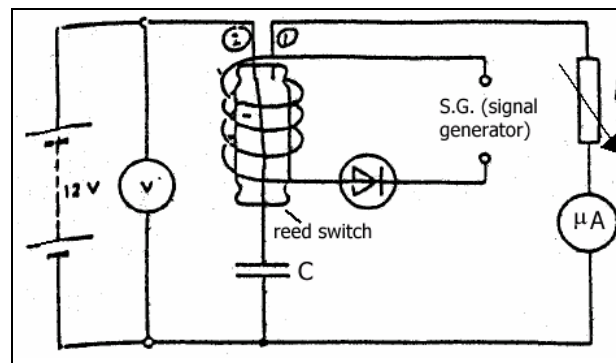
電容單位為  $CV^{-1}$  即 F (法拉),法拉是很大的單位,例如地球的電容只有 700μF,因此一般使用 μF ( $10^{-6}F$ ) 或 pF ( $10^{-12}F$ ) [電解質電容可達 0.1F]

1992AL: 利用細小金屬球來解釋電容的概念,假設平方反比定律為電荷間的力



考慮在 P 處,如果球體很小( $a \rightarrow 0$ ),及帶電荷  $Q$ .  
與中心球體距離為  $r$  的電場強度  $E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2}$   
而球體表面的電勢  $= V = \int_{\infty}^a -E dr = \int_{\infty}^a -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{r^2} dr = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q}{a}$   
∴  $C = \frac{Q}{V} = 4\pi\epsilon_0 a$  (常數) ∴ 地球的電容也可計算出來.

**應用簧片開關量度電容**



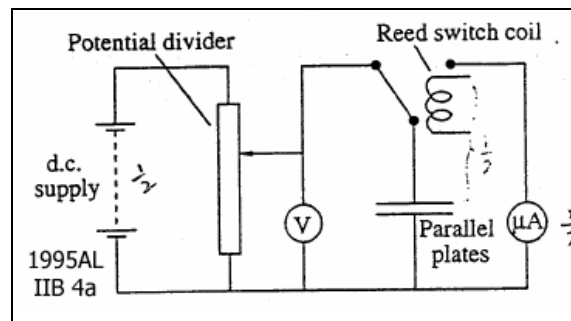
簧片開關是由線圈和圓柱形小玻璃囊構成的,當經過半波整流的交流電訊號通過繞在簧片開關上的線圈時,在線圈導通的半周期內,簧片具有與磁性觸點②相反的磁性,兩者因此互相吸引;當線圈不導通的半周期內,簧片失去了磁性,彈回原位而非磁性觸點①接觸.

這個裝置令每秒電容器放電的次數相等於接在線圈上的交流電頻率.因此如果這頻率太高將令電流計只會錄得穩恆的讀數.

考慮電容為  $C$ ,供給電壓為  $V$ ,電量為  $Q$  而簧片開關的頻率為  $f$ ,則電容器每秒會被充電和放電  $f$  次,則  $I_0 = fQ_0 = fCV_0$  ∴  $C = \frac{I_0}{fV_0}$

如果保護電阻太大,引致放電過程不能完成,則上式會被改寫為  $C = \frac{1}{f \times (V_0 - V)}$

**E22. 用簧片開關探討影響平行板電容的因素(1995AL, Total:8marks)**



利用已知頻率的交流電去控制簧片開關,令開關重複地以固定頻率充電和放電.透過測量放電電流  $I$  及已知的交流電頻率,我們可以計到每週期平行板的電荷;透過控制電勢差,平行板重疊的面積及平行板間距這三個因素,我們將發現  $Q$  正比於  $A$  及反比於  $d$ .

亦得出平行板電容器電容公式:  $C = \frac{Q}{V} = \epsilon_0 \frac{A}{d}$  (c6), 其中  $\epsilon_0$  為真空電容率.

\*附加資料: ①平行板電容是由兩塊正方形金屬板組成,在角上有 4 個聚乙稀墊片將兩板隔開.通過調節兩板重疊(A)的面積可輕易地改變電容器的面積;通過填塞

墊片則可改變兩板間隔(d)的大小。

② 可能的實驗誤差:

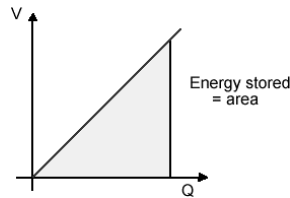
- 一些電力線可能來自地球,引致產生額外的電容,這稱為雜散(stray)電容。
  - 邊緣效應使邊緣區域的電力線是彎曲的,影響了 d 的值。
- 上述兩項誤差可透過減少 d 或增加 A 的值而減少。
- 截距並不等於零(雜散電容)影響實際結果;
  - 變阻器沒有作出適當的調節(電阻太大)令電容完全放電;
  - 相反,亦可能是電容連接電源時並沒有完全充電;
  - 空氣電容率和真空電容率並不相同,介質電容率越高,電容越大,如電解電容器。

電容器的能量

E25 透過向小電動機放電研究帶電電容器儲存的能量

由於電動機的效率很低,只有 10-20%,因此這實驗不能對電容器儲存的能量作定量分析.此實驗只能顯示電容器放電時放出的能量能透過增加充電時的電動勢而增加。

電容器儲存的能量  $E = \frac{1}{2} CV^2$  (C10)



考慮電容器被充電的電壓為 V

則帶電電容器的能量 E=功 =  $\int_0^Q VdQ = \int_0^Q \frac{Q}{C} dQ = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2} CV^2$  ( $\because Q = CV$ )

\* 因此,我們知電容器帶的能量只有電源輸出(QV)的一半(1993 30 MC)

$\therefore$  對於平行板電容,每單位體積所儲存的能量 =  $\frac{1}{2} CV^2 \div Ad = \frac{1}{2} \epsilon \frac{A}{d} V^2 \times \frac{1}{Ad}$   
 $= \frac{1}{2} \frac{\epsilon V^2}{d^2} = \frac{1}{2} \epsilon \left(\frac{V}{d}\right)^2 = \frac{1}{2} \epsilon E^2$

注意! 電容器儲存的能量實際上是平行板間電場的電能。

電容器的充電和放電(E19)

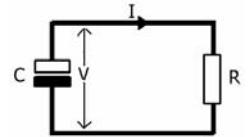
參看右圖,在本實驗中,我們將發現串聯電阻及並聯電容將令電流的衰減速度放慢下來。

如果將 CRO 接至電容,我們將可看到穿過電容的電勢差隨時間的改變。

放電的數學表達:電容器放電時,電量隨時間作指數式衰減。

考慮穿過電容和電阻的電勢差和以下兩式有關:

$V=IR, C = \frac{Q}{V} \therefore I = \frac{Q}{RC}$



由於穿過這個電路的電流在瞬時是相等於電容器的電荷改變率,因此  $I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t}$   
 (上式負號表示電容器的電荷隨時間增加而減少)

因此綜合上面三條式得  $I = -\frac{\Delta Q}{\Delta t} = \frac{Q}{RC} \Rightarrow \Delta Q = -\frac{Q}{RC} \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta Q}{Q} = -\frac{1}{RC} \Delta t$

考慮  $\Delta t \rightarrow 0$ , 利用積分方法我們便能求出這條微分方程的原來方程:

$\frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} dt \Rightarrow \int_{Q_0}^Q \frac{dQ}{Q} = -\frac{1}{RC} \int_0^t dt \Rightarrow [\ln Q]_{Q_0}^Q = -\left[\frac{t}{RC}\right]_0^t \Rightarrow \ln Q - \ln Q_0 = -\frac{t}{RC}$

$\Rightarrow Q = Q_0 e^{-\frac{t}{RC}}$  (C8) [同理可得  $I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}$ , 這兩式可用作計算指數式衰減半衰期]

考慮作指數式衰減的電荷曲線初始時間時斜率為  $\tau$ , 則稱這為時間常數。

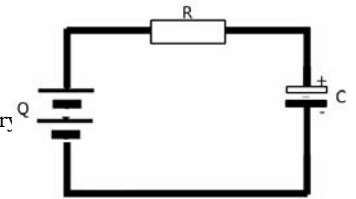
其關係式為  $\tau = RC$ , 它能決定到放電所需的時間, 試想想將 R 和 C 的單位相乘:

$\Omega \times F = VA^{-1} \times CV^{-1} = V \times (Cs^{-1})^{-1} \times CV^{-1} = s$

用靜電計或安培計繪畫電容器所儲電荷的衰減曲線(E24)

- ① 首先紀錄伏特計的讀數  $V_0$ , 然後將 J 連去 X 令電容器充電。
- ② 其後再放電, 並每 10 秒紀錄安培計的讀數
- ③ 以 I 對 t 作圖, 由於  $Q \propto I$ , 因此所以我們將得出在連續時間的相等時間間隔內, 電荷的遞減比率相同, 這就是衰減過程的半衰期的概念了。

充電的數學表達:



考慮電池的電動勢相等於穿過電容及電阻的電勢差

$$\text{則 } V = V_R + V_C = IR + \frac{Q}{C}$$

隨著電容器充電,  $I$  和  $Q$  也跟著改變, 但  $V$  和  $C$  仍不變

$$\text{所以在時間間隔 } \Delta t \text{ 之內, } \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{\Delta I}{\Delta t} R + \frac{1}{C} \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$\text{由於 } I = \frac{Q}{t} \text{ 及 } V \text{ 不隨時間改變, } \therefore 0 = \frac{\Delta I}{\Delta t} R + \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{\Delta I}{\Delta t} = -\frac{I}{RC}$$

$$\therefore \Delta t \rightarrow 0, \frac{dI}{dt} = -\frac{I}{RC}, \text{ 將此式積分, } \int_{I_0}^I \frac{dI}{I} = -\int_0^t \frac{dt}{RC} \Rightarrow [\ln I]_{I_0}^I = -\left[\frac{t}{RC}\right]_0^t$$

$$\ln I - \ln I_0 = -\frac{t}{RC} \Rightarrow I = I_0 e^{-\frac{t}{RC}}, \text{ 但我們亦知道 } V_R = IR = RI_0 e^{-t/RC} = Ve^{-t/RC}$$

$$\therefore V_C = V - V_R = V - Ve^{-t/RC} = V(1 - e^{-t/RC})$$

$$\therefore \text{對電容器的充電為 } Q = CV_C = CV(1 - e^{-t/RC}) = Q_0(1 - e^{-t/RC}) \quad (\text{c9})$$

### 電容器網絡

<p>A. </p>	<p>D. </p>
<p>B. </p>	<p>E. </p>
<p>C. </p>	<p>1985AL-I-24 以上那個組合的合電容是最小呢?</p>

**串聯式:**  $\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$

**並聯式:**  $C = C_1 + C_2$

串聯接駁時, 等效電容將少於最細的電容, 而每個電容儲存相同的電荷, 電壓則不相同;

並聯式則相反, 通過每個電容的電勢差相等。

### 第四章: 電流

### 1996AL 簡述電子在金屬中傳導的一個簡單模型(4 分)

①考慮金屬內有大量的自由電子進行迅速的熱運動(thermal motion), 即在晶格(lattice, 又譯點陣)內進行無規的快速移動; 它們很頻密的撞擊晶格離子, 並改變其運動方向, 因此沒有淨位移(no net displacement);

②當電勢差作用於金屬, 電場將會令自由電子加速(按電場方向反向移動), 因此其速度(即動能)增加; [電場能為自由電子提供  $F=qE$  的力]

③這些電子將撞向晶格離子, 將它們得到的額外動能轉至離子。

電子將會減速, 並再因電場的作用而回復加速。(這過程將會重複多次)

④以上的淨影響(net effect)是大量的自由電子會緩慢的漂移(drift), 使電子產生一淨流動, 移向一方, 這在宏觀上就是電流的由來。

### 試解釋這模型如何能闡釋電流在金屬中的熱效應.(2 分)

⑤當晶格離子被加速電子撞擊, 其擺動能量(vibrational energy)將有所增加(此時動能和勢能會同時增加, 因為振動會變得猛烈, 振幅也會增大)

⑥宏觀地, 金屬內能增加將令溫度增加, 最終令熱能增加, 產生熱效應。

\*注意: 電流的單位為安培(A), 意思是某點每秒鐘流過一庫倫的電量( $Cs^{-1}$ ); 另外, 自由電子無規熱運動(互相碰撞的隨機零位移運動)速率是相當高的( $\sim 10^6 ms^{-1}$ ), 但電荷的漂移速度( $\sim 10^{-5} ms^{-1}$ )是很低的。

**思考點:** 雖然漂移速度是相當低的, 但為什麼一接通電源, 導線便立即會有電流通過並使電器馬上工作呢? (實用性題目, 概念源自 1993AL(3(a)), 共 4 分)

這是由於接通電源時, 電場是以接近光速  $c$  (即電訊傳播速率)來傳播, 因而使整段導體的自由電子在幾近同一時間, 在接通電源的時候受電場力的驅動而發生定向的漂移運動, 即產生電流; 相反, 電子受電場加速後撞向晶格離子, 採取鋸齒型(Z型)的移動方式, 令它在單位時間內只進行小量漂移, 移動得相當小。

**普適電流方程**  $I = nAvQ$  (C11) 的推導(1993AL, 課程中並未指出需要推導, 共 3 分)

定義(任意兩個,最多 1 分):  $v$  為平均漂移速度,  $Q$  為電荷,  
 $A$  為導線的橫截面面積,  $n$  為每單位體積的電荷數目(即電荷密度).

考慮電子在時間  $t$  內漂移的距離為  $l$ , 則通過該橫截面面積的電量為  $q=n\ell AQ$   
 因為漂移速度  $v=l/t$ , 而電流  $I = \frac{q}{t} = \frac{nA\ell Q}{t} = nAvQ$  證畢. (這部份共 2 分)

從上式,由於  $I, q, n$  是不變的,所以當  $A$ (橫截面)減少,  $v$ (電荷漂移速度)便會增加.  
 (P.S: 溫度上升,只會令漂移速度下降,因為熱效應的出現)

### 電動勢(e.m.f.) vs 電勢差(p.d.) (1995ASL,共 2 分)

電源的電動勢是指每單位電荷通過電源時所獲得的能量-- $\epsilon = \frac{W}{Q}$ ,

另一定義是一庫倫電量從電池負極流向正極所供給的能量(作功).

兩點間的電勢差(電壓)是指每單位電荷在電源外經過該兩點時,將多少的電勢能轉換為其他形式的能量.

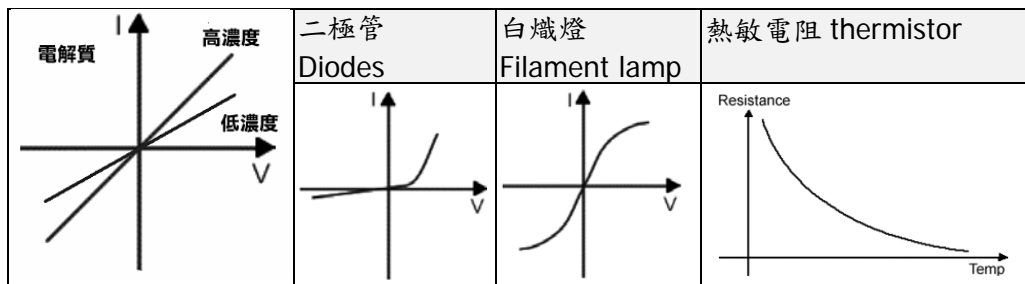
注意:電動勢與電勢差的單位是相同的,都是  $JC^{-1}$  或  $V$ (伏特).

### 歐姆定律(Ohm's law): 在固定物理條件下,導體電流正比於通過的電勢差

電阻是代表電路元件對電荷穿過的抗拒,是一標量被定為  $R = \frac{V}{I}$ , 單位為歐姆( $\Omega$ )

\*注意! $V=IR$  並不等於歐姆定律,因為它能應用於一些非歐姆律導體.

### 一些電子元件的 I-V 線圖



\*備註: 白熾燈的 I-V 線圖曲線顯示隨著  $V$  增加  $I$  增加速度放慢. 這是因為電流加熱鎢絲使其達到白熱, 鎢絲的電阻便會增加.

**電阻的由來:** 由於離子是緊密的裝填在導體之內, 因此電子頻密的撞擊離子. 這些碰撞妨礙了電子的移動, 因此產生電阻.

**溫度對電阻的影響:** 導線的電阻隨溫度上升而增加  
 當溫度上升, 導體內的離子因熱效應不再準確的停留在原來的位. 離子的振動幅度越大, 將令自由電子撞向離子的機率增加, 令電阻增加, 因此考慮溫度上升, 振動越大, 因此電阻增加.

關係式為:  $R_\theta = R_0(1 + \alpha\theta)$  其中溫度為  $\theta$ ,  $R_0$  為零度時的電阻.,  $\alpha$  為溫度系數.

**電阻率的概念:** 電阻器的電阻  $R$  與電阻器長度  $\ell$  成正比, 與橫截面面積  $A$  成反比  
 即  $R = \rho \frac{\ell}{A}$  (C12), 其中  $\rho$  為導體材料的電阻率(resistivity).

\*注意: 電阻率和導電率是成反比的, 即電阻率越高, 導電率越低.

### 各種材料的優點: 1996AL4(c)(ii)

問: 架空電纜通常以數條鋼索為軸心, 並繞以多網鋁線. 試說出不用銅而用鋁的優劣點各一. 為什麼電纜的軸心需有數條鋼索?(2 分) 答: 鋁是較輕, 但導電性較銅為低. 由於鋼具有很高的致斷應力, 因此可用作加強電纜的強度之用.

### 為什麼要選用高電壓傳送電力? (概念源自 1996AL(2marks))

由於能量損失  $P = I^2 R = \frac{P^2 R}{V^2}$ , 其中  $P = IV$

所以若傳送功率穩定, 電纜的功率損失與發電站的輸出電壓的平方成反比.

### 測量高電阻和低電阻(會考程度重溫, 1990AL MC34)

電路(1): 對小電阻( $<100\Omega$ )較精確	電路(2): 對大電阻( $>100\Omega$ )較精確
這裝置測出的電阻較實際為小, 因為並聯等效電阻小於個別電阻.	這裝置測出的電阻較實際為大, 因為串聯的等效電阻大於個別電阻.

**電路的功率:** 功率是指 做功的速率/能量形式轉換的速率,

$P = V \frac{Q}{t} = VI = \frac{V^2}{R} = I^2 R$ , 單位為  $J s^{-1}$  或  $W$ , 實用單位則為:  $kWh$ (千瓦小時)



## 概念源自 1996ALIB(1a)：對於並聯電路，電阻增加會令功率減少/上升？

由於 R 上升令 V 作線性增加，因此根據等式  $P=V^2/R$  電阻上升，功率上升。

### 內電阻

電源外的電路稱為外電路，電源內部的電路稱為內電路。

內電路上的電阻叫電源的內電阻，所有電源皆有內電阻，因為電源內的組件本身是具有電阻的。例如：化學電池來自電解質的固有內阻 (~Ω)，超高壓起電器 (EHT) 內的內部元件如變壓器，繞組，整流器，晶體管等 (~MΩ)。凡電流經過電阻性電器，就必在此電器的兩端產生電勢降現象。

### E26 在輸出電流時，電源兩端電勢差減少的演示

	<p>① 將所有開關斷開，紀錄電池的電動勢                  ② 然後逐一閉合各開關，同時並紀錄伏特計讀數                  ③ 我們將會發現當越多開關被閉合，穿過電燈的電勢差將逐漸減少，部份能量在電池內被消耗，即電池本身亦有電阻，這就被稱為內電阻 (internal resistance)。</p>
--	---

	<p><b>E27 用不同伏特計量度高內阻電源兩端的電勢差</b></p> <p>① 將可變電阻調至最大值                  ② 透過改變電阻使不同大小的電流流過電阻，並量度伏特計及安培計的數值                  ③ 將 V 對 I 作圖便能得左圖</p>
--	--

所得的圖中，y 軸截距為  $\epsilon$ ，r 為電池的內電阻， $\epsilon = V + Ir = IR + Ir$

注意！如換了另一內電阻的電池，本裝置中所測得的電動勢仍是不變的。

另外，當將電池充電時，由於部份能量需克服電池內電阻 (Ir)，

因此電勢差 (V) 將大於電動勢 ( $\epsilon$ )，即  $V = \epsilon + Ir$  [V 又稱為路端電壓]

### 內電阻所引致的能量散失

考慮右上圖，電池放出的能量 E = 外電路轉化的能量 V + 電池內阻消耗的能量 V

考慮電池放出的電流  $I = \frac{\epsilon}{R+r}$ ，則 R 所引起的能量散失  $= I^2 R = \left(\frac{\epsilon}{R+r}\right)^2 R$ 。

當  $R=0$  時，電源輸出最大電流  $I_{\max} = \frac{\epsilon}{r}$ ，此時這值稱為短路電流，會損壞多數電源。

另外，考慮 P-R 圖線，R 的最大的輸出功率  $P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$ ，此時  $R=r$

則電源的效率  $\eta = \frac{\text{輸出功率}}{\text{輸入功率}} = \frac{I^2 R}{\epsilon I} = \frac{I^2 R}{I^2 (R+r)} = \frac{R}{R+r}$

所以，當 R 夠大的時候，電源的效率才會較大。

**簡單的電網絡** 繪畫電路圖需注意電源不應放在電路圖中間，應放在左邊或上邊，並且將正極放在上方或左方。

**電阻器的串聯公式：** 等效電阻  $R = R_1 + R_2 + R_3$ ，

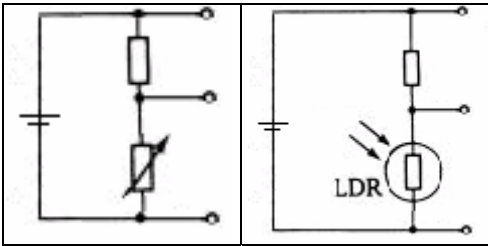
**電阻器的並聯公式：**  $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$

<p><b>基爾霍夫第一定律 (電荷守恆)：</b>                  在電路上流入一節點的電流                  等於流出這節點的電流</p>	<p><b>基爾霍夫第二定律 (超出課程需要，能量守恆)：</b>                  沿一閉合回路的電勢變化的代數和等於零。</p>
--	--

**分壓器：** 可分為旋轉式和滑線式

**無偏轉法：** 考慮下圖，電流計讀數為零

<p>1996-AL-MC24</p>	<p>由於電流計的讀數為零，因此沒有電流通過 500Ω 的電阻。考慮 1kΩ 及 2kΩ 為串聯電路，則 <math>E = I(3k\Omega)</math>，再考慮穿過 1kΩ 的電勢差 = 3V，則 <math>3 = I(1k\Omega) = \frac{E(1000)}{3000}</math>  <math>\therefore E = 9V</math></p>
---------------------	---



另外,如使用一些可變電阻(如光敏電阻)則可設計一些自動的照明系統(如左圖)

### 分壓器裝置:

$$\text{考慮輸出電壓 } V_0 = \frac{l_{CB}}{l_{AB}} \times \varepsilon = l_{CB} \times \varepsilon < \varepsilon (\because l_{AB} = 1 \text{ 及 } l_{CB} < 1)$$

實驗值與計算值之實驗誤差來源: ①連結點的電阻並未有計算在內; ②電池的內電阻被略去不計; ③電阻器有瑕疵, V-I 關係並非呈線性;

### 校正期望值 $V_0$ 與實際輸出電壓值

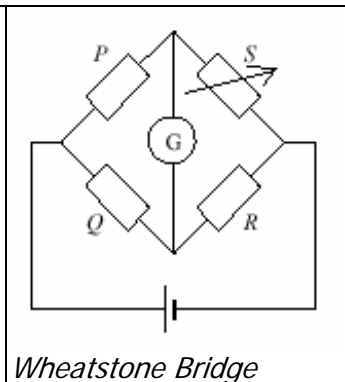
$$\text{考慮右圖, 期望值 } V_0 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \times \varepsilon, \text{ XY 之間的電阻}(R_{eq}) = \frac{R \times R_2}{R + R_2}$$

$$\text{所以, 實際輸出電壓 } V_R = \frac{R_{eq}}{R_1 + R_{eq}} \times \varepsilon, \text{ 其中如果 } R \gg R_2, V_0 \sim V_R$$

### 測量電阻器的電阻

惠斯通電橋(Wheatstone Bridge)能較準確的測得電阻, 透過「零示法」先知道其中幾個電阻的電阻值, 再調整可變電阻令電流計沒有偏轉, 則此時電橋可稱為平衡狀態. 此時, 便可計算受測電阻的電阻值; 米線電橋(Metre Bridge)只是惠斯通電橋簡單實用情況.

要注意的是, 惠斯通電橋測量  $1\Omega$  以下的電阻並不可靠, 因為這時「接觸」電阻已變得不可略去, 相反測量  $1M\Omega$  以上電阻時也不靈敏, 除非是用一高度靈敏的電流計.

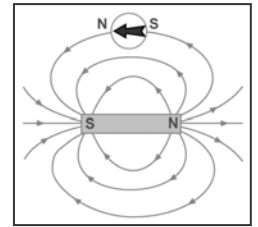


\*在右上的惠斯通電橋中,  $V_P = V_Q$ ,  $V_S = V_R$

## 第五章：電磁學(一)

### 磁場對載電流導體的作用力

會考時, 我們利用 弗林明左手定則 找出磁場對載電流導體的 作用力. 不過, 請記著這只適用於電流垂直於磁場.



在會考時, 我們已知導線流過電流時會在導線附近產生磁場. 當這些磁場和永磁鐵產生的磁場互相干擾時, 便會產生一力令導線移動.

要研究各種因素(factors)對這種作用力有多大影響, 我們會使用電流天平實驗. 詳細請參考 2000AL-IIB-8b

實驗注意事項(和 1996-IB-8 一樣, 任意兩點, 各得半分)

- ①觀察或讀數完畢後應立即切斷電源, 避免過熱
- ②保證磁力線方向垂直於載流臂
- ③免使裝置受風力干擾
- ④載流臂沿南北方向, 使受地磁的影響減至最小
- ⑤裝置應遠離其它載流導體, 以免受其干擾

磁場對運動導體的作用力:  $F = BIl \sin \theta$  (C14)

考慮一長  $L$  的導線在磁場  $B$  中載負著  $I$  的電流, 假若電流和磁場的夾角為  $\theta$ , 則作用於導線的力  $F = ILB \sin \theta$ , 因此當  $B$  和  $I$  的夾角是  $90^\circ$  時,  $F = ILB$ ; 相反, 當  $B$  和  $I$  呈平行狀態時, 由於  $\theta = 0^\circ$ , 所以作用於導線的力  $F = 0$ .

磁場對運動電荷的作用力:  $F = BQv \sin \theta$  (C13)

考慮磁力  $F = ILB = (nAvQ)LB = (nAL)vQB = NQvB$

其中,  $L$  為磁場中的電線長度,  $n$  為電線中的電荷密度,  $A$  為電線的橫截面面積,  $q$  為每個載體的電荷數,  $v$  為載體的漂移速度,  $N$  則為電線在磁場中的區域所擁有的電荷總數. 由此, 每單位電荷所受的作用力為  $F = qvB \sin \theta$

## 磁場的定義

磁場強度  $B$  被定義為當一安培(A)電流穿過一米長度導線時,磁場所產生的作用力. 其單位為忒斯拉(Telsa,T)或  $\text{NA}^{-1}\text{m}^{-1}$ , 同時磁場強度亦相當於磁通量密度(flux density), 單位為  $\text{Wbm}^{-2}$  (p.13 將詳細論及何謂磁通量密度)

另外, 地球的磁場是自南向北, 強度大約只有  $5 \times 10^{-5} \text{T}$ , 因此計算導體磁場時, 一般會忽略地球磁場的影響.

由此, 從定義我們知道磁場強度受電流大小及導線長度影響, 即  $B = F/IL$

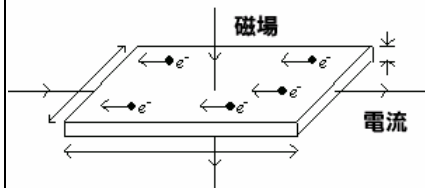
以下的電流天平實驗就能測得磁場強度

首先, 將 CD 臂伸入一扁平的螺線管內, 記錄臂的長度及載電流強度, 由於游碼的質量是已知的, 因此我們可先計算磁場產生的作用力, 並計算螺線管內的磁場強度.

本實驗的實驗誤差來源和 2000AL 那題一樣.

值得注意的是本實驗中我們假設螺線管內的磁場是均勻的.

## 霍耳效應(Hall Effect)



在磁場中的載流導體兩側會沿垂直於磁場的方向產生一個小電勢差.

首先, 將一塊載電流的金屬板放在磁場中, 磁場方向垂直於金屬板, 則移動的載流子(帶電微粒)受磁場影響, 而趨向金屬板上邊或下邊; 當電子流經導體所造成的電流亦會產生磁場, 當這磁場大小相同, 方向相反於原來的磁場時, 平衡將會出現, 電子的漂移將會終止, 霍耳電壓將會產生.

霍耳效應能用於確定載荷子電荷的正負, 特別是半導體, 其載荷子可以是負(電子), 亦可以是正的(空穴). 其次, 也能用霍耳效應確定載荷子的漂移速度和密度.

## 霍耳電壓 $V = \frac{BI}{nQt}$ 的推導

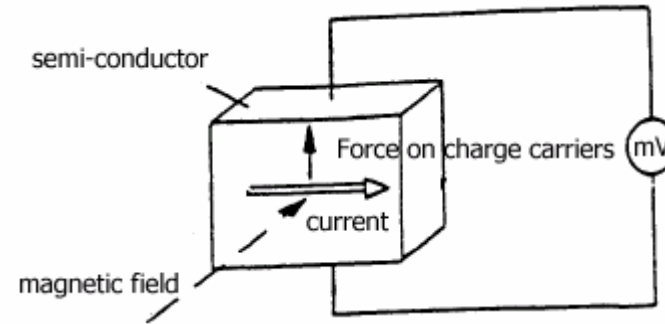
考慮磁場與電場平衡時, 即  $F_E = F_B \rightarrow qE = qvB \rightarrow E = vB$

$$\rightarrow \frac{V}{d} = \left( \frac{I}{nAQ} \right) B (\because V = Ed, I = nAQv) \rightarrow V = \frac{BI}{nQt} \quad (\text{C15})$$

$V$  (或  $V_H$ ) 被稱為霍耳電壓, 它能透過高電阻的伏特計, 示波器或電表來測知.

注意:  $n$  為材料中載荷子密度(與  $l$  無關),  $t$  為沿磁場方向導體的厚度,  $d$  為沿電場方向導體的寬度.

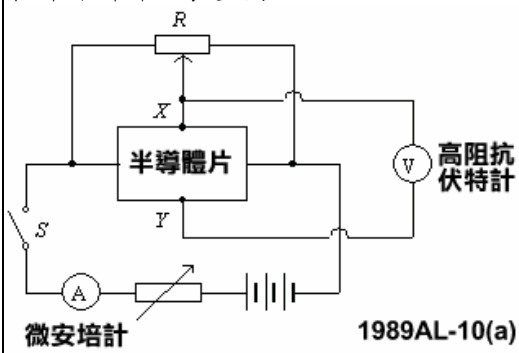
## 霍耳探針(1994-IIB-4, 圖 1 分, 文字: 4 分, 共 5 分)



- ① 霍耳探針是一塊擁有低密度的載荷子的半導體薄片;
- ② 當直流電源提供一穩恆電流穿過薄片時,
- ③ 磁場將垂直作用於電流(如圖), ④ 載荷子將受磁場力影響.
- ⑤ 並產生電流使它們向薄片頂部移動, 不論它們是正電荷還是負電荷.
- ⑥ 堆積在頂部的電荷將沿垂直方向產生電場
- ⑦ 此時電場將產生電場力令載荷子向下移動, 當電場力大小相當於磁場力時, 不會再有載荷子向上移動, 即達至平衡狀態.
- ⑧ 頂部和底部導體的電勢差-霍耳電壓將正比於磁場強度, 我們可利用微伏特計或示波器來測量  $V$ . (反向於電流)

使用霍耳探針的好處是即使載荷子的密度( $n$ )很低, 根據霍耳效應公式  $V = \frac{BI}{nQt}$  也會測得一個較大的電壓( $V$ ).

霍耳探針詳細裝置圖:



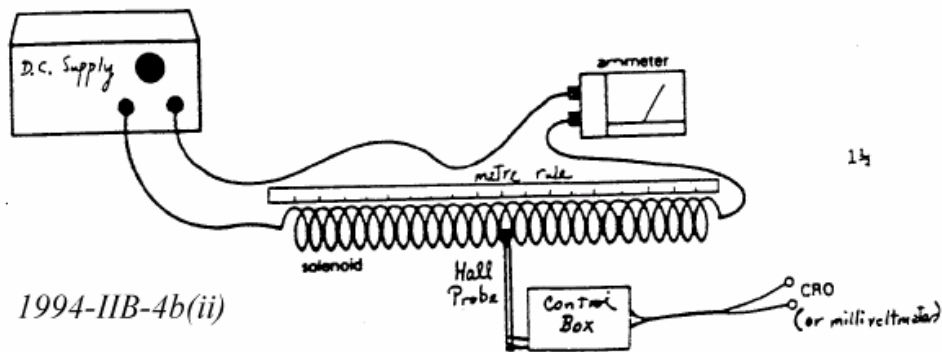
圖中我們見到選用半導體片而不選用鋁片,這是因為半導體的載荷子密度較低,產生較大的霍耳電壓.電池的作用是提供穩恆電流.由於X和Y在沿電流方向上有一細小的位置差距,因此即使不存在外磁場,仍會有一細小的電勢差存在.解決方法是調校可變電阻,使X和Y的電勢保持相同,則微安計的讀數將歸於零.

**用途: 定義載荷子的符號**

如果載荷子是正的,則金屬板上方的電勢將高於下方;相反,載荷子是負的,則金屬板上方的電勢將低於下方.這證實了金屬導電是由於自由電子作定向的漂移運動.

由此,只要計算上方和下方的相對電勢,便能測出載荷子的正負號便能測出.

**載流導體產生的磁場 (E29) (1994-IIB-4b,圖 1.5 分,文字@0.5 分,共 4 分)**



①測量磁場時,首先將裝置呈東西走向,以垂直於地球磁場,即抵銷地磁對磁場的影嚮(或者調整分壓器令微伏特計數值為零)

②保持電流為一常數, ③稍微轉動探針, ④並確保半導體薄片在螺線管內垂直於磁場,紀錄毫伏特計出現最大值的  $V_H$ .

由於  $n, q, t$  是已知的,因此只需知道  $I$ ,我們便能求出磁場強度  $B = \frac{nqtV_H}{I}$

⑤如果在螺線管內不同位置做同一實驗,更可獲得多個數據,以顯示螺線管內的磁場變化.(除末端處  $B$  減至一半外,螺線管內其它地區  $B$  相同)

**引申:** 載有電流的導體會在其周圍產生磁場,這被稱為電磁學(electromagnetism)

螺線管: 它是由很多線圈所組成	直導線
產生的磁場和磁鐵產生的是很相似的.	⊗指入紙面,⊙:指出紙面
某一邊是南極,而另一邊是北極.	距離導線越遠,磁場越弱.

以上兩者均可由右手握拳定則來找出磁場方向.

①對於無限長的螺線管,磁場強度  $B = \mu_0 n I = \frac{\mu_0 N I}{l}$  (C17)

其中,  $\mu_0$  為真空磁導率  $= 4\pi \times 10^{-7} \text{Hm}^{-1}$ ,  $I$  為電流,  $n$  為每單位(如米)長度的匝數  
\*注意! 螺線管的磁場強度與橫切面面積無關.

②對於長直導線,磁場強度  $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$  (C16)

其中,  $r$  為任一點磁場與長直導線距離; 只要  $r < l$ , 長  $l$  的直導線均符合此法則.

由於單一導線所產生的磁場並不大,因此往往會將幾條導線綑在一起,或加大電流(當然是避免過熱的前題下)增加磁場強度,令人更易測量到.

霍耳探針的靈敏度則被定義為每單位磁通量密度的霍耳電壓,即  $s = \frac{V_H}{B} = \frac{I}{nqt}$

要增加探針的靈敏度,使用半導體的薄片能減低  $n$  的數值;  
另一方面,薄片的厚度越薄亦是較佳的.

- 影響磁場強度測量準確性的因素: ①探針表面的面積較少將改善空間的解析度;  
②探針未必和磁場完全成垂直; ③地球磁場並未在實驗中加以考慮;  
④溫度的變化影響了載荷子的可動性,使溫度增加時,漂移速度亦增加.

**安培的定義**

對於兩載電長直導線,同向相吸,反向相斥.它們之間是一作用力和反作用力關係; 兩載電直線之間的力是正比於流過的電流和反比於它們之間的距離.

考慮兩無限長直線載著相同大小的電流  $I$ ,則每根導線受的力

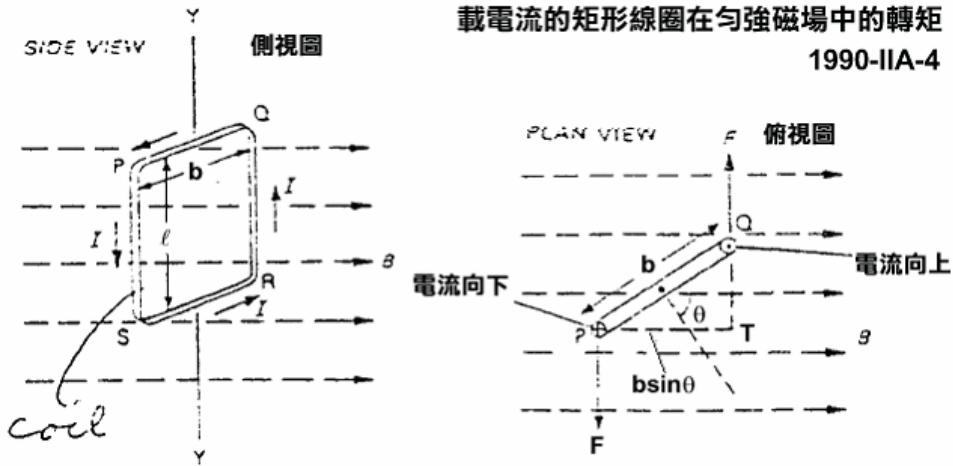
$$F = ILB = \frac{\mu_0 I^2 l}{2\pi r}, \text{當兩導線電流不同,}: F = \frac{\mu_0 I_1 I_2 l}{2\pi r}$$

對於每單位長度之作用力  $F = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi r}$  (C18)

因此一安培被定義當一安培的電流流過放置在真空中,距離為 1 米遠無限長平行細直導線時,兩導線間將產生  $2 \times 10^{-7} \text{Nm}^{-1}$  的力

1990-IIA-4

載電流的矩形線圈在勻強磁場中的轉矩  
1990-IIA-4



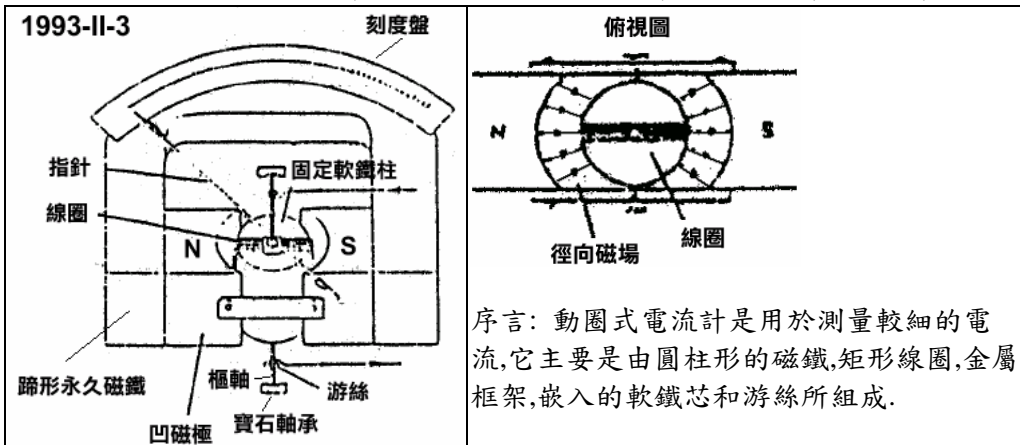
設長度為  $l$ ，寬度為  $b$ ，線圈平面的法線和磁場方向的夾角為  $\theta$ ，通過的電流為  $I$ 。

考慮 PS, QR 垂直於磁場 B，作用在 PS 及 QR 的力  $F = IbB$ ，  
F 的轉矩 ( $\tau$ ) =  $F \times b \sin \theta = Ib^2 \sin \theta = BIA \sin \theta$  ( $\because A = bl$ )，由此，轉矩令線圈反時針轉動。

由於作用在 PQ, RS 與磁場相互平行，因此對線圈的轉動無影響，  
所以對於 N 匝的線圈，線圈的轉矩  $\tau = T = BAN I \sin \phi$  (C19)

(未完，下半部分刊於 p.16，兩者相加是直流發電機的基本運作原理)  
“本部分圖佔 1 分，說明：「線圈轉動的力產生了力偶  $Fb \sin \theta$ 」佔半分”

動圈式電流計及線性標度 (圖佔 2.5 分，其他 0.5 分(有一個 1 分)，共 8 分)



序言：動圈式電流計是用於測量較細的電流，它主要是由圓柱形的磁鐵，矩形線圈，金屬框架，嵌入的軟鐵芯和游絲所組成。

- ①當電流通過電流計，線圈將受力偶\*(couple)的影響
- \*力偶是由兩個大小相等但方向相反而作用線不重合的一對力所組成。
- ②線圈會轉動直至游絲(hairspring)的張力增加至抵銷
- ③因此當電流越大，更大的力作用於線圈之上，
- ④指針的偏轉角度亦越大。

要達至線性標度：

- ⑤首先設立一徑向磁場(radial magnetic field)
- ⑥則線圈內的磁場的磁通量密度將接近是一常數(這點為 1 分)
- ⑦當線圈的轉矩=游絲的轉矩時，線圈將停止轉動。
- ⑧即  $NBAI = k\theta$  ( $\theta$  為偏轉角度)  $\therefore I \propto \theta$  ⑩其中 N, B, A 及 k 為常數(k 稱為扭轉常數)

如果不裝設游絲，就平衡不到磁力對線圈做成的轉動，

即是無論電流有多大，線圈始終轉動  $90^\circ$ ；從  $NBAI = k\theta$ ，我們可計得  $\theta = \frac{NBA}{k} I$

**靈敏度：**電流計量度小電流時的靈敏度，被定義為每單位電流的偏轉角度

即  $s = \frac{\theta}{I} = \frac{NBA}{k}$ ，要增加靈敏度：增加 N, B, A 及減少 k \*

\*增加 B 如用較強的磁鐵或較少的空氣隙，而較細的 k 意味使用較弱的游絲。

“注意！不包括增大電流，因為增大電流只會令偏轉增加，  
另外增加匝數會增加電阻及空氣隙，因此較少使用”

另話，當使用電壓計時，電壓計的電壓靈敏度( $s'$ )同樣被定義為


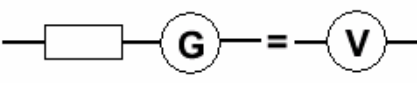
每單位電流的偏轉角度，即  $s' = \frac{\theta}{V} = \frac{\theta}{IR} = \frac{s}{R}$ ，其中 R 為電壓計的電阻。

光束電流計

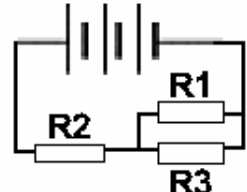
光束電流計的結構和動圈式電流計是相當相似的，  
只是加入一塊細的凹鏡並用懸絲懸掛著(如右圖)

光束的角偏轉等於鏡面角偏轉的兩倍。將反射光束  
投射到遠處的屏上，相當於將「指針」做得更長。  
因此，角度被「放大」為長的直線距離。

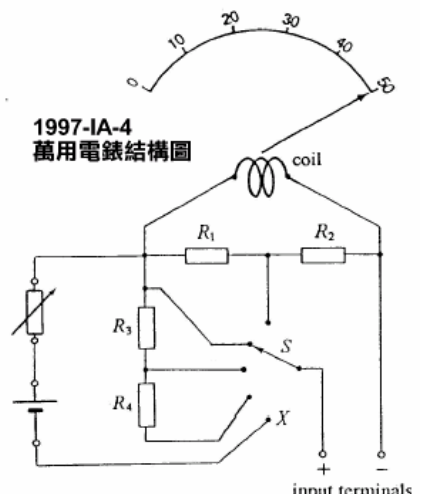
將動圈式電流計(galvanometer)改裝為:

①動圈式安培計	②動圈式伏特計
	
<p>將電流計和一個分流器並聯.分流器是一個電阻非常小*,少於電流計電阻的電阻器,電流在並聯後通過分流器,而不通過電流計.</p>	<p>伏特計用於測量兩點間的電勢差.將電流計與一電阻很大的倍加器串聯一起.</p>

\*因為大電流會損壞電流計



注意:安培計用以測量電路中某點電流,以串聯連接.理想的安培計電阻為零;伏特計則用以測量電路中某兩點電勢差,以並聯連接.理想的伏特計電阻是無限大.由此定義可得在一電路中,串聯時通過各電阻電流相等( $I_1=I_2+I_3$ ),並聯時則各電阻的兩端的電勢差相等( $V_1=V_3$ )



1997-IA-4  
萬用電錶結構圖

在萬用電錶之中, $R_1, R_2$ 的作用是作為分流器使電錶能作為安培計之用,因此它們的電阻很小,而 $R_3, R_4$ 由於其作用是用作倍加器,令電錶能作為伏特計之用,因此它們的電阻很大.

注意:電錶作安培計/伏特計用時,讀數和電流大小成正比,但作歐姆計時則要注意刻度呈非線性關係,因此,測量電阻時,首先要將輸入端短路,然後調節變阻器,讓指針處於最大偏轉位置(零歐姆),這被稱為“調準零歐姆位置”.之後將電阻駁至輸入端口便能得出相應的電阻.

注意! 線圈的滿標偏轉電流為  $I_f$

第六章：電磁學(二) - 電磁感應

磁通量密度(B)可理解為磁場強度,它被定義為穿過每單位垂直於磁力線的橫切面的磁力線總數 $\Phi$ (即磁感應線/磁場線的總數),因此  $\Phi = BA$  (A 為通過的面積)

假如平面線圈的法線和磁場之間的夾角為 $\theta$ ,則 $\Phi = NBA \cos\theta$   
其中 N 代表線圈的匝數. 磁通量是一純量,其單位為  $Tm^2$  或韋伯(Weber/Wb)

(1994AL 問了磁通量密度定義及影響磁通匝鏈數\*的因素,共 3 分)

當磁場垂直於線圈平面時, $\theta=0^\circ$ , $\therefore$ 磁通量這時最大,即 $\Phi_{max}=NBA$   
相反,當磁場平行於線圈平面時, $\theta=90^\circ$ , $\therefore$ 磁通量這時最小,即 $\Phi_{min}=0$

\*如果 $\Phi$ 是通過截面積 A 的 N 匝線圈中一匝的磁通量,則通過整個線圈的總磁通量為  $N\Phi$ ,因為 N 匝線圈的每一匝相應的磁通量都是 $\Phi$ .這個總磁通量被稱為全磁通或磁通匝鏈數(flux linkage) [影響磁通匝鏈數的因素:N,B,A]

法拉第電磁感應定律 (Faraday's law of electromagnetic induction)

這定律指出了感生電動勢正比於全磁通量的變化率或磁通量的切割速率.

數學表示式為  $\epsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$ , 其中 $\epsilon$ 為感生電動勢, $\Phi$ 為全磁通量,t 為時間.

由此,增強 B,A,N,或加快 $\Phi$ 的變化率(如加快磁棒的移動速度)令 $\epsilon$ 增加.(參考下頁)上式的負號表示感生電動勢是相反於磁通量變化的,即楞次定律.

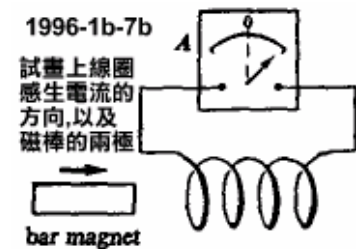
楞次定律指出感生電動勢的方向,總是傾向於阻礙產生這一電動勢的磁通量變化;

如果感應電流(即感生電動勢/電阻)存在的話,感生電動勢的方向總是阻礙感應電流的流動.楞次定律的另一種表達為弗林明右手定則,能用以找出 I 的方向.

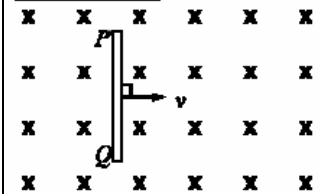
簡而言之,感生電動勢在以下情況下會產生:

- ①磁場和線圈出現相對的運動,例如起電機和引擎/馬達;
- ②穿過線圈的磁通量有所改變,例如傳送器. P.S: 楞次定律的英文為: Lenz's law

注意! 楞次定律是能量守恆的一種演繹  
感生電動勢的出現不代表感生電流會產生.  
**運動導體在勻強磁場中產生的感生電動勢**



1994-IA-3(AS)

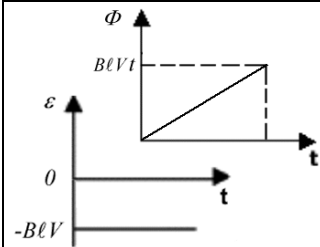


①棒子作線性運動

當棒子由 PQ 移至 P'Q'時,被棒所切割的磁通量

$$\Phi = B\ell vt, \text{ 因此感生電動勢 } \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -B\ell v$$

其中 v 為棒的移動速度, l 為棒子的長度。



左圖就是磁通量對時間/感生電動勢對時間關係圖

根據弗林明右手定則,電子流由 P 流向 Q,因此 Q 的電勢是負相對於 P 的,亦由此一電場橫過 PQ 被建立,並且防止電子移向 Q。除非有一導線由 P 接至 Q,否則將沒有電流由 Q 流向 P。(因此要看有無電流,要將 P 和 Q 接往電流計,形成完整電路)(2001AL 曾問過)

②線圈作線性運動

設 l 為矩形線圈的長度, w 為矩形線圈的寬度, v 為線圈的移動速度, B 為磁通量密度, L 為勻強磁場的長度。(注意:  $l < L$ )

考慮長方形金屬圈 ABCD 以勻速被拉出指入紙面的磁場。

當線圈則離開磁場,線圈所包圍的垂直指入紙面的磁通量減少。

根據楞次定律,感生電流傾向於阻礙產生這電流的磁通量變化,因此感生電流以 ADCBA 按順時針轉動,使其產生的垂直指入紙面的磁通量不致減少。

再考慮回線圈進入磁場時,  $t=0$ , 則在時間 t 時,穿過線圈的磁通量  $\Phi = Bwvt$

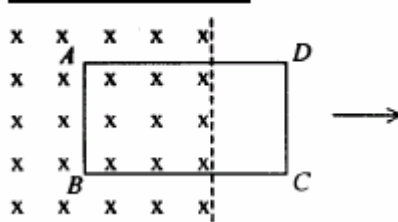
$$\text{感生電動勢 } \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} = -Bwv, \text{ 感生電流 } I = \frac{\varepsilon}{R} = -\frac{Bwv}{R}$$

$$\text{線圈損失的電功率 } P = \varepsilon I = \frac{B^2 w^2 v^2}{R}, \text{ 作用於 DC 的磁力 } F = IwB = \frac{B^2 w^2 v}{R}$$

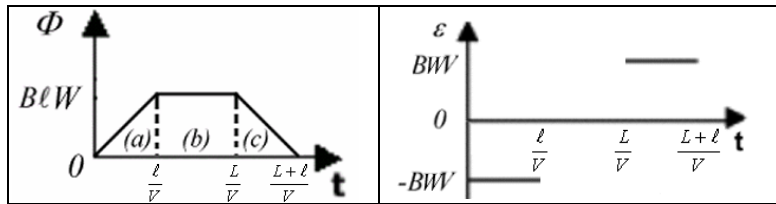
(注意! D 的電勢較 C 高)。由於磁力(F)的方向是和線圈的方向相反,因此需輸入一相等的力(F')去維持線圈均速的移動.其中輸入的外力功率  $P = F'v = \frac{B^2 w^2 v^2}{R}$ , 這會轉換為電能。(這符合能量守恆定律,外力需克服阻力,而這外力會轉為電能)

b)當整個線圈移到磁場中,磁通量將等於常數,即  $\Phi = Blw$ ,因此沒有感生電動勢和電流產生。c)再總結線圈逐漸移離磁場的情況,我們便可得出下圖般的磁通量與

1998-II-B-3(a)(AL)

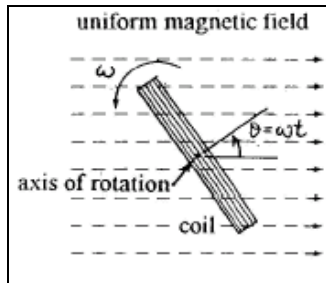


時間關係圖/感生電動勢與時間關係圖。



導出矩形線圈在磁場中轉動時所產生的感生交流電動勢 (1997AL, 2.5 分)

考慮矩形線圈以角速率  $\omega$  轉動,其轉軸是垂直於磁場(磁通量密度為 B)的。



根據法拉第電磁感應定律,線圈轉動時所產生的感生電動勢

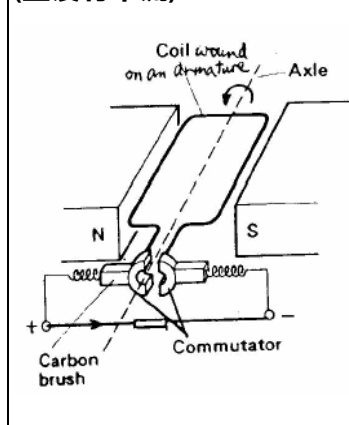
$$\text{① } \varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt} \quad \text{② } \varepsilon = -\frac{dNAB \cos \theta}{dt}$$

$$\text{③ } \varepsilon = -\frac{dNAB \cos \omega t}{dt} \quad \text{④ } \varepsilon = NAB \omega \sin \omega t \quad (\text{C20})$$

P.S : C20 被稱為簡單發電機的電動勢  
∴ 峰值電壓  $\varepsilon_0 = \omega NBA = 2\pi f NBA$

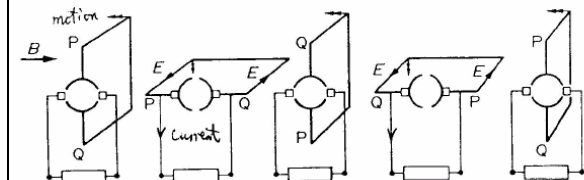
要增加峰值電壓,可使用以下的方法,包括: ①增加線圈的匝數(N), ②利用較大的線圈(A), ③增加磁場強度(B) ④增加變化率(如 f 和  $\omega$ )

簡單直流發電機 (並沒有平流)



1997AL, 圖@1.5 分,文字@0.5 分,共 4.5 分

①線圈繞著電樞\*(armature)連接到整流器(或換向器,commutator),②即一個對半分為兩部分的銅環。③碳刷用作向外電路(如燈泡)提供電流,並能穩住換向器 根據弗林明右手定則,電流流動如下:

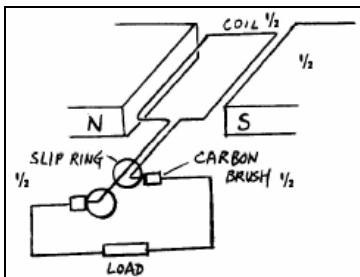


\*發電機採用的線圈是多於一個的繞在圓柱形軟鐵芯上,而軟鐵芯則採取分層式結構以降低渦電流,這就稱為電樞。

要改善直流發電機的轉動效果: 1) 增繞相同的多個線圈 2) 在線圈中部加入疊片式鐵芯 3) 並用環形永磁鐵 (1998AL,建議及解釋共 3 分)

因為：增繞相同的多個線圈能增強驅動轉矩，使用環形永磁鐵和軟鐵芯能生成徑向磁場，使驅動轉矩更趨穩定。疊片式軟鐵芯是減少渦流引起的(熱)功率損耗。

另外，使用**電磁鐵來取代永磁鐵**是因為電磁鐵能產生更強的磁場，且能方便於任意換用直流或交流電源的情況。(1998-II-B-4a(iii), 1分)



**簡單交流發電機 1996AL,**  
**圖 2 分,文字全句 1.5 分**

如果線圈以均角速率(如 50rps)在兩磁石之間的均磁場內轉動，則會輸出正弦波。(交流電)

\*slip ring：匯電環，是由兩個銅製的滑環所組成

### 棒子的轉動運動(直流電發電機)

考慮一長 $l$ 的導棒 XY 以均角速率 $\omega$ 在均勻磁場進行轉動，

$$\text{則該棒在時間 } t \text{ 所造成的切割磁通量 } \Phi = B \times \left( \frac{l^2 \omega t}{2} \right)$$

$$\text{(扇形面積公式 } A = \frac{1}{2} r^2 \theta \text{) 而 XY 之間的電勢差 } \varepsilon = \frac{d\Phi}{dt} = \frac{Bl^2 \omega}{2} = \pi f B l^2,$$

**碟型的轉動運動(直流電發電機):** 考慮一碟型導體由無限個細小的棒子組合而成，並均勻的繞軸在磁場中轉動。利用燈泡導線來連接 PQ 兩點。根據弗林明右手定則，便能定出感生電流。由於它的感生電動勢和感生電流是不會轉換的方向，因此能作為直流電發電機。電勢差  $\varepsilon = \pi f B (r^2 - s^2)$ ，感生電流  $I = \frac{\varepsilon}{R + R'}$ ，其中  $r$  和  $s$  分別為碟及軸的半徑， $R'$  和  $R$  分別為碟和燈泡的電阻。

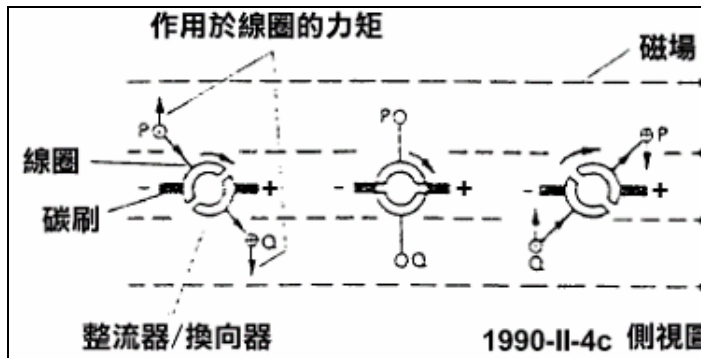
### 探測線圈 (1994-II-B-4c, 共 4 分)

- ①根據電磁感應定律，當線圈暴露在垂直於它的交變磁場時，
- ②總磁通匝鏈數隨時間作變化 ③感生電動勢亦會出現  $\varepsilon = -\frac{d\Phi}{dt}$  (②, ③各 1 分)
- ④將線圈連接到示波器的 Y 輸入以量度感生電動勢。
- ⑤我們將發現感生電動勢是正比於通量變化率，⑥即交變磁場的平均通量密度。

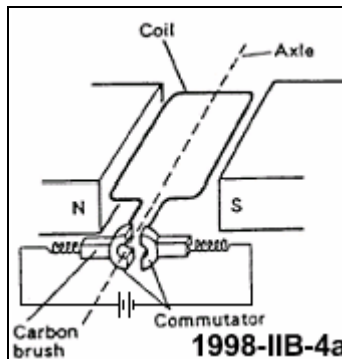
**補充:** 考慮  $V = -NA \frac{dB}{dt}$ ，如果  $B = B_0 \cos \omega t$ ，則  $V = NA \omega B_0 \sin \omega t = V_0 \sin \omega t$

即  $V_0 = NA \omega B_0$

### 直流電動機及反電動勢(D.C. Motor & back e.m.f.)



上半部分請參考 p.13  
換向器能確保每半個週期轉動後，電流方向將會倒轉。線圈所受的轉矩總保持在同一方向，確保線圈繼續向某一方轉動。  
(圖 1 分,文字共 1.5 分)

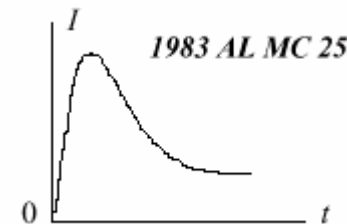


考慮在某一瞬間，電流  $I'$  由電池傳送至 LM 那邊，這時 LM 那邊將承受一向下的力，使線圈呈反時針轉動，令穿過線圈的磁通量密度亦有所改變。

而根據楞次定律，感生電動勢將出現，這被稱為**反電動勢**( $\varepsilon$ )，並對抗著令線圈轉動的電流。

利用弗林明右手定則，LM 那邊的向下移動產生的感生電流  $I''$  的方向是相反於  $I'$  的。因此，流過 LM 的電流  $I = I' - I''$ ，所以  $V - \varepsilon = IR$ ，其中  $R$  為鐵線圈的電阻。

我們可將電動機的運作分為兩部份，首先當電動機剛開始運作時，反電動勢( $\varepsilon$ )為零，而電流是很大的。當線圈的角速率( $\omega$ )增加時，反電動勢增加，而電流減少；最終，線圈的轉動變得穩定， $\varepsilon$ 和  $I$  變為常數。



### 電動機的有效率

根據  $V = \varepsilon + IR \Rightarrow VI = \varepsilon I + I^2 R$ ，當電動機將電能( $VI$ )轉為轉動能( $\varepsilon I$ )，鐵線圈的電阻造成能量損失。

$$\text{電動機的效率 } \eta = \frac{\text{有效輸出功率}}{\text{輸入功率}} \times 100\% = \frac{\varepsilon I}{VI} \times 100\% = \frac{\varepsilon}{V} \times 100\%$$

由於  $\varepsilon < V$ ，因此實際效率必少於 100%；而  $\varepsilon \propto \omega$ ，因此電動機的轉動速率是有上限的。  
 $\therefore$  反電動勢( $\varepsilon$ )= 電動勢( $V$ )  $\times$  效率( $\eta$ ) (1990AL)

### 增加負載(load)的後果

假若當電動機開始運作後，加入一負載，將會令電動機的

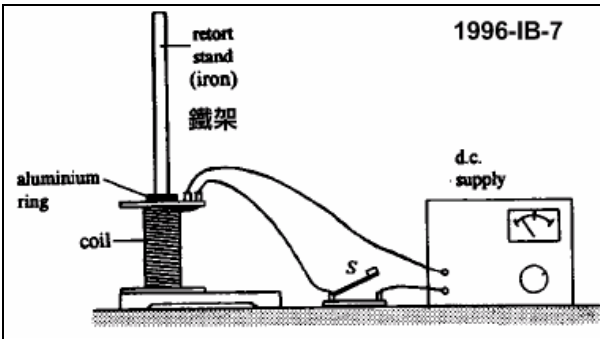


角速率( $\omega$ ),反電動勢和效率減少,更多的能量會在鐵線中轉化為熱能散失掉,電池輸出的電流(I)和電能亦會增加。

注意! 反電動勢並非是電動機多餘部份,反電動勢較大代表有較大的轉動速率及更具效率。

**渦電流** 由於磁場中的金屬導體存在感生電動勢,這使金屬內會有渦電流的形成。以下是渦電流的幾個日常應用。

<p><b>①熱效應</b></p> <p>渦電流的熱效應是指將要熔化的金屬放在通有交流電(交流電能提供不斷轉變的磁場)線圈所圍繞的坩鍋裏,變化的磁通量在金屬中產生渦電流。坩鍋除了能均勻加熱外,更能避免了火焰加熱所帶來的雜質。</p> <p>要增加坩鍋的效率可透過增加線圈的匝數和採用較高頻率的交流電。</p>	<p><b>②磁效應(應用於動圈式電流計)</b></p> <p>將金屬片像擺一樣懸掛著,並在磁鐵的極間擺動,根據能量守恆定律,金屬片切割通量線,金屬片的動能會轉化為內能(熱),使其振幅減少,最後並停止振動(即阻尼運動)。</p> <p>這是因為最初金屬片處在磁場之外,穿過其的通量為零;當它擺進兩極之間,通量增加,感應出來的電動勢產生流動的渦電流,渦電流以歐姆熱消耗能量,使其擺動的機械能被耗盡;如在金屬板上開一些狹縫,則由於渦電流難以流動,因此運動只會受微弱阻尼影響。</p> <p>渦電流(磁)阻尼的概念可被應用於動圈式電流計之上。將線圈繞在實心的軟鐵圓柱上以加強磁場。當線圈在磁場中轉動時,在圓柱中感應的渦電流阻止線圈來回擺動,並使指針較快地達到平衡偏轉位置而不致過頭。</p>
---	---



**驗證渦電流**

當開關閉合,放在線圈上的鋁圈便會跳起,然後跌下。

本現象的解釋: ①當S閉合,電流開始在線圈流動,並產生磁場  
②此時通過鋁環的磁通匝鏈數(flux linkage)將增加。

- ③根據楞次定律,鋁環內的感生電動勢/電流將對抗磁場改變
- ④因此它即時向上跳起。⑤當電流便成穩恆值,磁通量不再有變化,因此鋁圈跌下

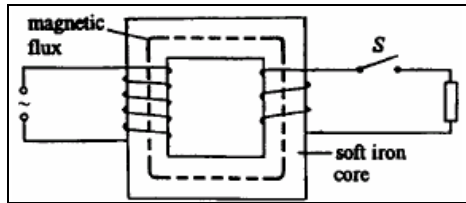
\*如果轉用交流電,則鋁環會浮在空氣之中,這就是磁懸浮列車的工作原理。鋁環浮起的高度受鋁環質量/電阻率,峰值電壓,交流電頻率和線圈的匝數所影響。

磁懸浮現象能減輕路軌產生的摩擦力對火車行車的影響,使火車以較高速度運行。

**單車發電機**

考慮如右圖般的裝置,鐵心包圍著車輛的轉軸位置(轉軸的末端是一磁鐵)。當單車開始運作,磁鐵亦開始轉動。磁場穿過線圈到達鐵心附近,使鐵心經常改變電流方向。這產生了感生電流並沿導線傳至燈泡,由於磁場方向經常轉變,因此產生的將是交流電。

**變壓器(Transformer)**



變壓器是一種能改變交流電源電壓的器件,它是由原線圈與副線圈組成,但這兩線圈並非彼此連在一起。首先,交流電輸到原線圈處並改變了鐵芯的磁場,這引致到副線圈產生了電動勢去對抗這改變

**次級電壓和初級電壓之比  $\frac{V_s}{V_p} = \frac{N_s}{N_p}$  (c21) 的推導**

假設的線圈的電阻是可被忽略的,則輸入電壓( $V_s$ )和輸出電壓( $V_p$ )將等於原線圈和副線圈的感生電動勢。即  $V_p = N_p \frac{d\Phi_p}{dt}$  及  $V_s = N_s \frac{d\Phi_s}{dt}$ , 其中 p/s 為原/副線圈

由於原線圈和副線圈的剖面面積是相同的,假如磁通匝鏈數是完美的話,

即  $\Phi_p = \Phi_s \Rightarrow \frac{d\Phi_s}{dt} = \frac{d\Phi_p}{dt} \therefore \frac{V_s}{V_p} = \frac{N_p}{N_s}$  其中  $N_p:N_s$  稱為變壓器的匝數比。

如果匝數比是 1:10,則表示副線圈的電壓會是原線圈的 10 倍,即升壓器。

**在電阻的影響下,電流和電功率的改變**

考慮輸入電功率  $P_i = I_p V_p$  和輸出電功率  $P_o = I_s V_s$ , 其中  $I_s = \frac{V_s}{R}$ , 因此 R 減少,  $I_s$  和  $P_o$  增加, 由此,  $P_i$  和  $I_p$  亦增加。變壓器的效率  $\eta = \frac{\text{輸出電功率}}{\text{輸入電功率}} \times 100\% = \frac{V_s I_s}{V_p I_p} \times 100\%$

對於完美的變壓器,  $\eta = 100\%$ , 即  $V_p I_p = V_s I_s \rightarrow \frac{V_p}{V_s} = \frac{I_s}{I_p} = \frac{N_p}{N_s}$ , 雖然實際的變壓器

有內電阻,但效率亦達 98% 以上,因此計算時可應用以上的公式。

**變壓器的能量損耗**

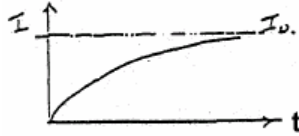
①鐵芯中感應產生渦電流,引起熱效應耗散,因此應改用疊片式鐵芯來減輕此效應。

②當然,線圈的電阻亦會使電功率降低. ③當磁場改變時,鐵芯的磁化亦相應地改變.實際上,這改變是有點滯後的,這稱為磁滯,這會損失一點能量.

### 研究線圈的自感應 (E32) “1991-IIA-4”

考慮右圖,調整變阻器令兩個燈泡有相同的亮度,當電流是確定的,然後開關斷開(open).然後再閉合(closed)開關,看看那一個燈泡先亮起.

結果及解釋:連著電阻的燈泡先亮起,連有L的燈泡要遲一至兩秒才亮起,這是因為根據楞次定律,L中的自感電動勢阻礙著電流的變化,並傾向於產生一個電流來對抗電池電流的增長(改變).因此,L中的電流需要一定的時間方能達到其穩定值,當L中的電流達至穩定,自感現象消失.



如果使用的是右圖般的裝置,自感的作用就更

令人矚目了當開關斷開,電流迅速降至零,磁通量變化率相當大,感應電動勢傾向於讓電流保持原來的方向,因此,一個很大的自感電動勢(~100V)大至足以使跨接於L上的氖燈發出一次短暫的閃光.

如果電路的電感器很大,而所載電流亦很大的話,切斷電流時所產生的感應電動勢,更有可能在開關點產生火花,甚至把兩觸點熔化在一起,因此這是相當危險的.因此,電網系統必須採用特殊的電路斷電器.(例如並聯加入電容器)

### 一個線圈的自感(1994-IA-8a):

版本(1):這是線圈內每單位電流改變所產生的反電動勢[即  $L = -E/(dI/dt)$ ]

版本(2):對每單位通過線圈的電流,線圈上的磁通匝鏈數(全磁通)[即  $L = \Phi/I$ ]

由於  $E = -N \frac{d\Phi}{dt} \propto -\frac{dI}{dt} \Rightarrow E = -L \frac{dI}{dt}$  (C22),自感的單位為亨利(H)或  $VsA^{-1}/WbA^{-1}$

一亨利的定義為每單位電流改變將令該電路感生 1V 的感生電動勢.

### 螺線管的自感

當穿過螺線管的電流有所改變,螺線管內的磁場亦跟隨改變.

∴產生感生電動勢,即螺線管是感應器.

考慮  $B = \frac{\mu_0 NI}{l}$ , ∴全磁通  $N\Phi = BAN$ (其中,  $\Phi = BA$ )  $\Rightarrow N\Phi = \frac{\mu_0 AN^2}{l} I$

考慮  $E = -N \frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow E = -\frac{\mu_0 AN^2}{l} \frac{dI}{dt}$ , 考慮電感的定義:  $E = -L \frac{dI}{dt}$

∴  $L = \frac{\mu_0 AN^2}{l}$  Remark: L和感應器的選料有關,當加入鐵芯後,  $\mu > \mu_0$ , ∴  $L \uparrow$

導出電感器儲存的能量  $E = \frac{1}{2} LI^2$  (C23)

∴  $V = -L \frac{dI}{dt}$ , 考慮儲存在電感器的功率(power)  $P = VI = LI \frac{dI}{dt}$

如果電流在時間間隔 t 之內,由 0 增至  $I_0$ ,則電感器儲存的能量:

$$U_L = \int_0^T P dt = \int_0^{I_0} LI dI = \left[ \frac{LI^2}{2} \right]_0^{I_0} = \frac{LI_0^2}{2}$$

當電流穿過電感器,能量將以磁場能的形式在電感器內儲存.(比擬電容器)

### 第七章: 交流電: 強度和方向都作周期性(正弦)變化的電流.

方均根電流  $I_{r.m.s} = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 0.707I_0$ ; 方均根電壓  $V_{r.m.s} = \frac{V_0}{\sqrt{2}} = 0.707V_0$ ;

注意!半波整流的  $V_{rms} = \frac{V_0}{2}$ ,而方波整流則  $V_{rms} = V_0$

兩者的關係是  $I_{rms} = \frac{V_{rms}}{R}$ ,其中  $I_0$ 和  $V_0$ 是指峰值電流和峰值電壓.

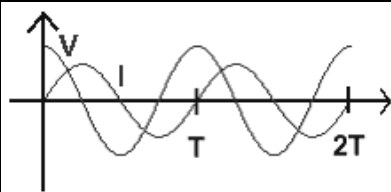
純電阻(R) 電路中的正弦交流電	純電容(C) 電路中的正弦交流電
<p>電路中的電流與電壓同步</p>	<p>電路中的電流超前電壓,相差 <math>=\pi/2</math></p>
<p>穿過電阻 R 的電壓 <math>V_R = V_0 \sin \omega t</math> 穿過電阻 R 的電流 <math>I_R = I_0 \sin \omega t</math></p> <p>損失的功率 <math>P = \frac{V_{rms}^2}{R} = I_{rms}^2 R</math></p>	<p>穿過電容 C 的電壓 <math>V_C = V_0 \sin \omega t</math>,而電流 <math>I_C = \frac{dQ}{dt} = \frac{d(CV_C)}{dt} = \omega CV_0 \cos \omega t = I_0 \cos \omega t</math></p> <p>容抗: <math>X_C = \frac{V_0}{I_0} = \frac{V_0}{\omega CV_0} = \frac{1}{\omega C}</math> (C25)</p> <p><math>\omega \uparrow X_C \downarrow</math> 短路; <math>\omega \downarrow X_C \uparrow</math> 斷路</p>
純電感(L) 電路中的正弦交流電	

穿過電感  $L$  的電流  $I_L = I_0 \sin \omega t$ , 而電壓:

$$V_L = L \frac{dI}{dt} = \omega L I_0 \sin \omega t = V_0 \cos \omega t$$

$$\text{感抗: } X_L = \frac{V_0}{I_0} = \frac{\omega L I_0}{I_0} = \omega L \quad (\text{C24})$$

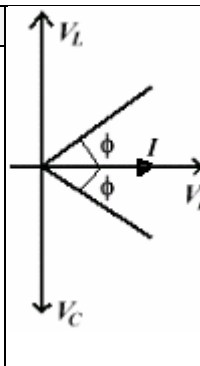
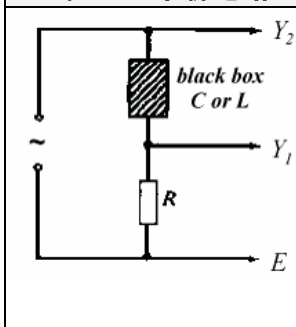
即  $\omega \uparrow X_L \uparrow$  斷路;  $\omega \downarrow X_L \downarrow$  短路



電路中的電壓超前電流, 相差  $= \pi/2$

\*注意: 純電容及純電感電路的電功率損失是零; 容抗和感抗統稱為電抗, 單位:  $\Omega$

### R-C / R-L 串聯電路



$V$  和  $I$  的相差  $(\phi) = \frac{t}{D} \times 2\pi$

對 R-L 電路  $V$  超前  $I$ , R-C 電路  $I$  超前  $V$ :

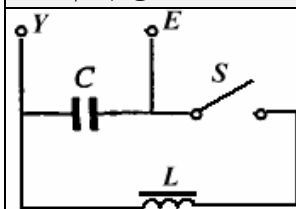
$$\text{相位角 } (\phi) = \tan^{-1} \left( \frac{V_{\text{black}}}{V_R} \right)$$

$$\therefore V^2 = V_R^2 + V_b^2 \Rightarrow V = I \sqrt{R^2 + X_b^2} = IZ$$

其中  $Z$  稱為阻抗  $= \sqrt{R^2 + X_{\text{black}}^2}$

# 相差式中,  $t$  代表  $V$  和  $I$  峰距.  $D$  為  $V$  或  $I$  波長. 另外, 從阻抗關係可求  $C$  或  $L$ .

### L-C 串聯電路

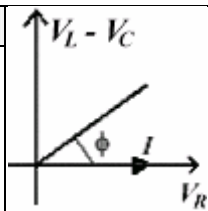
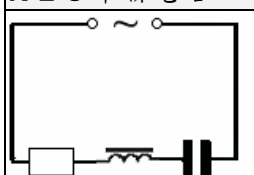


$$\therefore V_L + V_C = 0 \therefore L \frac{dI}{dt} + \frac{Q}{C} = 0$$

$$Q = Q_0 \cos \omega t, \text{ 其中 } \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

電容器的電能會被轉至電感器以磁場能儲存; 若電感器不夠純, 則功率會有損失.

### R-L-C 串聯電路



$$\tan \phi = \frac{V_L - V_C}{V_R} = \frac{X_L - X_C}{R}$$

$\therefore V_L > V_C, V$  領先  $I, \phi > 0$

相反  $V_C > V_L, I$  領先  $V, \phi < 0$

當  $X_L = X_C, \phi = 0, f_0$  為共振頻率

$$\text{考慮 } V^2 = V_R^2 + (V_L - V_C)^2$$

$$\Rightarrow (IR)^2 + (IX_L - IX_C)^2$$

$$\Rightarrow I^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2] \Rightarrow I^2 Z^2$$

$$\therefore \text{阻抗 } Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}$$

**功率損失:** 只有電阻會有平均功率損失 ( $\cos \theta$  稱為 **功率因素**)

$$P = I_{rms}^2 R = (V_R)_{rms}^2 \times I_{rms} = V_{rms} \cos \phi \times I_{rms} = V_{rms} I_{rms} \cos \theta \Rightarrow P = IV \cos \theta \quad (\text{C26})$$

**共振出現時:**  $V_L = V_C, \phi = 0, V/I$  同相, 阻抗最小 ( $Z=R$ ), 經過電路的電流最大.

, 而此時出現的功率損耗也是最大的 ( $P_{\max} = V_{rms} I_{rms}$ )

$$I_{\max} = \frac{V}{Z_{\min}}$$

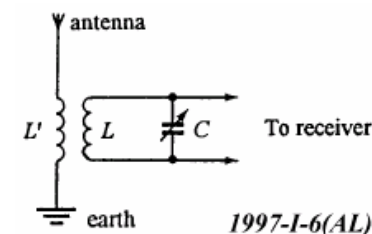
$$\text{考慮 } f_0 \text{ 為共振頻率, } \omega_0 = 2\pi f_0, \text{ 則 } \tan \phi = \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \Rightarrow \omega_0 L - \frac{1}{\omega_0 C} = 0 (\because \text{共振時 } \phi = 0)$$

$$\therefore \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

### R,L,C 的應用

#### 收音機調諧

**操作方式:** 電台信號透過電磁波傳送; 當不同的發射站傳送不同頻率的電磁波至空中線圈  $L'$  時, 交變磁場感生電動勢是同頻率於收到的電波. 由於互感現象,  $L$  線圈得到和  $L'$  同頻率的電流.



如果將  $C$  調整, 令 L-C 電路的共振頻率和某一電台頻道的頻率相同, 一很大的電流和電勢差就會出現, 將這電勢差增大, 然後傳至揚聲器發送給收聽者.

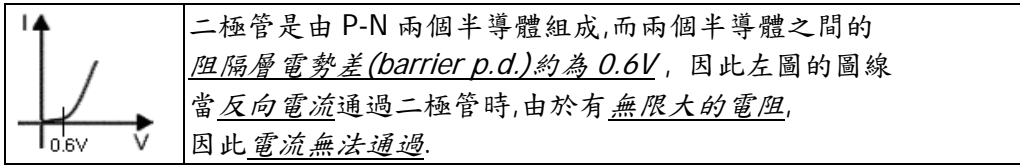
- 改善接收效能:**
- ① 使用  $L/R$  比較高的電感, 這能共振電流及穿過  $C$  的電勢差增加.
  - ② 選用較短的  $L$ , 使線圈電阻  $R$  降低 (考慮  $V^2 = I^2 [R^2 + (X_L - X_C)^2], X_L = X_C, \therefore V = IR$ )
  - ③  $L'$  加入鐵棒能增加感生電動勢.

#### 揚聲器的過濾(L-C 電路)

參看右圖,  $A$  和  $B$  分別設計用於高和低頻率的發聲. 對於高頻的信號,  $X_L > X_C$ . 則穿過  $L$  的電勢差  $>$  穿過  $C$  的電勢差, 因此, 大部份的信號將傳至  $A$  揚聲器.

同樣, 如果用的是 L-R 電路, 對於高頻的信號,  $X_L > R$ . 大部份的信號將傳至駁有電感的揚聲器.

## 第八章 電子學



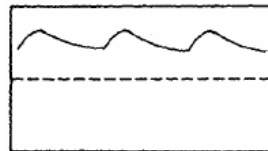
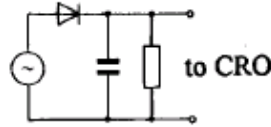
半波整流:能固定電流方向,但電流不穩定	
全波整流:能固定電流方向之餘,電流較穩定	
橋式整流器 → (Bridge Rectifier)	

### 濾波電路: ①先應用 充電電容器

在  $t'$  時間時,電容器被充電  $V_i > V_C, V_R = V_C = V_i$

在  $t''$  時間時,電容器將放電  $V_C > V_i, V_R = V_0 e^{-\frac{t''}{RC}}$

所以較佳的濾波電路需有較大的時間常數(RC)和較短時間的  $t''$  的放電時間。



### ②再應用 濾波(L-C)電路

$V_s$  可以被分解為兩分量,分別是 AC/DC 的分量。

DC 分量的頻率  $f=0$ ,而電容的電抗  $X_C = \frac{1}{2\pi f C_f} = \infty$

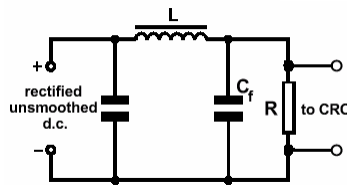
$\therefore$  DC 電流將落於  $C_f$  而 AC 分量方面,

$$\frac{V_L}{V_C} = \frac{IX_L}{IX_C} = 2\pi f L \times 2\pi f C_f = 4\pi^2 f^2 LC_f \gg 1$$

即大部份的 AC 分量均會到達電感器之上。

最終,穿過電阻 R 的電壓  $V_R = V_C$ ,即穩恆電流

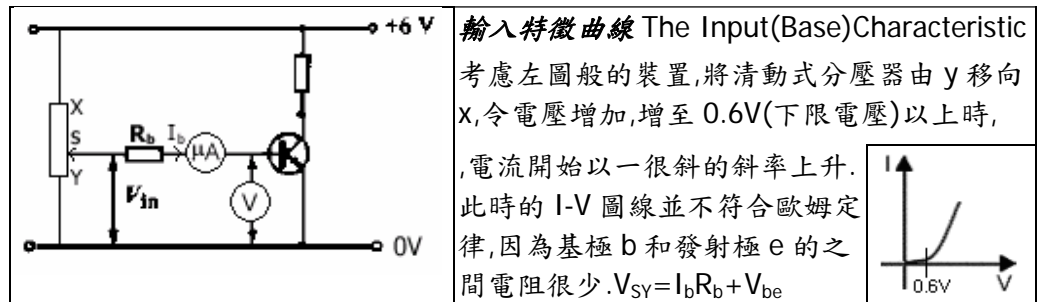
\* $C_f$  被稱為濾波電容器(filtering capacitor),因為它可濾去餘下的紋波;



^如果充電電容器電容夠大,則可不使用 L-C 電路,但電容太大可能損壞二極管。

**NPN 雙極面結型硅晶體管**: 晶體管是具有三個端鈕的器件,即基極(Base)b,集電極(Collector)c 和發射極(Emitter)e; 其關係為:  $I_e = I_b + I_c$

由於它能利用一細小電流( $I_b$ )來控制輸出電流( $I_c$ ),因此我們可稱它為電流起動器件(current operated device)

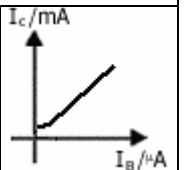


### 電流傳輸(Current Transfer)特徵曲線

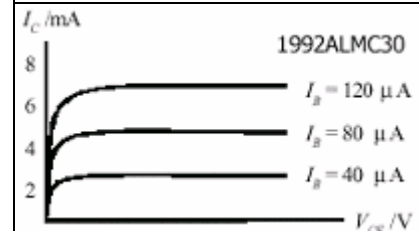
留意  $I_C$  和  $I_B$  的數量級,  $I_C \gg I_B$ ,

$I_B + I_C = I_E, I_C$  是幾近正比於  $I_B$

右圖的斜率  $\frac{I_C}{I_B} = \beta$ , 即電流放大因數



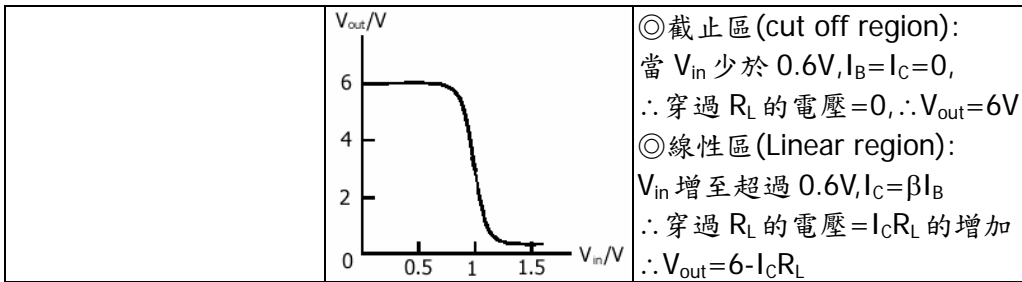
### 輸出(集電極)特徵曲線



利用分壓計  $P_1$  控制  $I_B$  值,利用分壓計  $P_2$  慢慢增加  $V_{CE}$  的值,並紀錄  $I_C$  的相對變化,便繪得左圖,當  $V_{CE}$  超過一很小的值,  $I_C$  便和  $V_{CE}$  無關。

\*注意  $I_B$  家族曲線顯示  $I_C$  是受  $I_B$  影響,每條  $I_B$  圖線之間都對相等的距離。

### 輸入/輸出特徵曲線



◎飽和區(Saturation region): 當  $V_{in}$  達至某值令穿過  $R_L$  的電壓達至最大  $\approx 6V$  時。  
 $V_{out}$  幾近於零, 此時晶體管被稱為達至飽和狀態。  $I_B$  的增加不令  $I_C$  增加,  $I_{Cmax} = 6/R_L$

導出共發射極組態之晶體管放大器電壓增益公式:  $\frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} = -\beta \frac{R_L}{R_B}$  (C27)

考慮輸入電路,  $V_{in} = I_B R_B + V_{be}$ , 考慮輸出電路,  $6 = V_{out} + I_C R_L$

$\Delta V_{in} = R_B \Delta I_B + \Delta V_{be} = R_B \Delta I_B$  ( $\because \Delta V_{be} \sim 0$ ), 而  $0 = \Delta V_{out} + R_L \Delta I_C \Rightarrow \Delta V_{out} = -R_L \Delta I_C$

因此, 電壓增益  $= \frac{\Delta V_{out}}{\Delta V_{in}} = -\frac{R_L \Delta I_C}{R_B \Delta I_B} = -\beta \frac{R_L}{R_B}$

上式的負號表示 a.c. 輸入和 a.c. 輸出是反相(anti-phase)的。

### 線性電壓放大

如果我們要對輸入信號作不失真的放大,

則我們可以控制輸入信號的電壓保持在線性區之內。

我們需提供電壓為常數的 d.c. 電壓作用於基極,

另外, 也要確保輸入信號的電壓振幅不超過最大值。

例如右圖般, 如果輸入電壓信號增加超過  $\pm 0.2V$ , 則

輸入電壓會超過線性區的極限, 這導致失真過大,

令輸出不再呈正弦狀。

**方波**: 考慮如右圖般的裝置, 正弦輸入電壓  $V_i$  漸漸地增加。

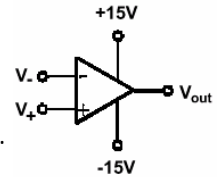
當足夠大的峰值電壓 ( $\pm 1V$ ), 造成輸出電壓差不多不是  $0V$ , 就是  $6V$  的現象。

輸出電壓  $V_o$  的波形將會在 CRO 上顯示為一方波。

### 普通運算放大器 Operational Amplifier(Op.Amp)

輸入終端分為反相( $V_-$ )及非反相輸入( $V_+$ ), 輸出終端則只有  $V_o$ 。

- 當輸入電壓連接反相輸入終端, 輸出電壓將反相於輸入電壓;
- 當輸入電壓接駁至非反相輸入時, 輸出電壓將同相於輸入電壓。



運算放大器的**性質**: ①運算放大器的輸出電壓(開環):  $V_o = A_0(V_+ - V_-)$  (C28)

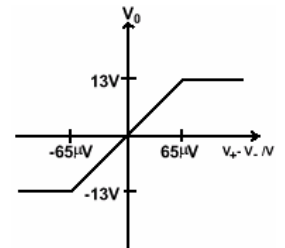
其中,  $A_0$  為電壓增益, 開環運算放大器是指  $V_-, V_+$  及  $V_o$  只透過運算放大器來連接。

開環時的運算放大器的電壓增益是較當之大的,  $A_0 \sim 2 \times 10^5$

由於  $V_+ - V_- = \frac{V_o}{A_0} = \frac{\pm 13V}{2 \times 10^5} = \pm 65 \mu V$ ,

因此, 當  $V_o = \pm 13V$  運算放大器達至飽和

$\therefore V_+ - V_- = 65 \mu V$ ,  $\therefore$  可假設  $V_+ \sim V_-$ 。



②它的輸入阻抗很大( $\sim 2M\Omega$ ), 僅從輸入端中取得微弱的電流(可假設為零);

③它的輸出阻抗很小( $\sim 100\Omega$ ), 所以輸出電壓  $V_o$  將因大的負荷電阻而被完全消耗。

④由於運算放大器的高轉速率很高( $\sim 10^6 V s^{-1}$ ), 這是當輸入電壓改變時輸出電壓變化的速率。因此運算放大器能快速對交流輸入的改變作出反應。

**理想運算放大器的特質**: ①輸入阻抗為無限大  $\rightarrow$  輸入電流為零;

②輸出阻抗為零  $\rightarrow$  電壓穿過負荷電阻 = 輸出電壓  $V_o$ ;

③頻寬(頻率的範圍, bandwidth)是無限的  $\rightarrow$  電壓增益與頻率無關。

運算放大器的開環模式: 不適合作為電壓增益(和變壓器比較), 因為:

①電壓增益太高, 只能使少量充流電增壓

②考慮  $V_o$  對  $V_+ - V_-$  作圖, 可發現線性區是相當之細的。

③在實際應用的時候,  $V_+ > V_-, V_o = 13V$  和  $V_+ < V_-, V_o = -13V$

所以運算放大器一般會為比較器來使用。

\*注意! 電壓增益很受溫度變化影響; 當頻率增加, 電壓增益減少。

所以運算放大器作比較器用時, 可用於開關系統之中。

### ①運算放大器 vs 變壓器

### ②運算放大器 vs 晶體管

前者只能將電壓升降 13V, 後者能將電壓作很大的改變。

前者的電壓增益與溫度和頻率無關, 其電壓增益可用電阻的數值計算出來。

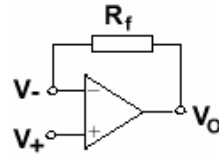
**負反饋(Negative feedback) :** 輸入端和輸出端經反饋電阻( $R_f$ )互相連接。

(或使一部份輸出回輸到輸入處, 2000AL(I)10)

便形式一負反饋(閉環, closed-loop)的運算放大器。

其特點是電壓增益遠較開環運算放大器為小。

(∵大部份的電流會通過電阻低很多的  $R_f$ )



優點: ① 電壓增益是可預測的, 並且和運算放大器的本質無關

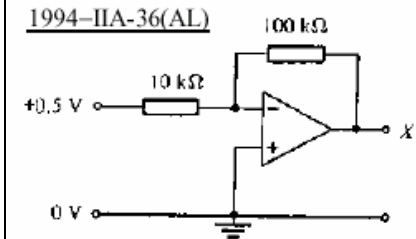
② 電壓增益的穩定性會得到提高, 與溫度和頻率無關(頻寬為無限)

③ 它的失真程度較少, 或說對較大的輸入電壓有較大的線性放大。

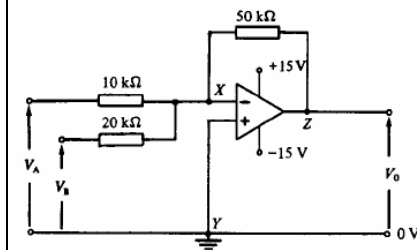
### 升壓變壓器 vs 運算放大器 (2000AL(10))

升壓器不像運算放大器那樣具有高輸入阻抗(或升壓器不像運算放大器能將電流線性升壓), 另外, 運算放大器能從獨立電源取得功率。

**反相放大器的增益**  $A = -\frac{R_f}{R_i}$  (C29)



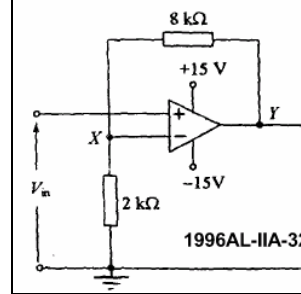
### 加法放大器 Summing Amplifier



\*X 點被稱為虛接地(virtually earthed), 因為其非反相輸入端被接地,  $V_+ = 0$  又  $V_+ - V_- \approx 0$ , 因此,  $V_- = V_+ = 0$ , 因此好像  $V_+$  一樣接了地 (1994ALI(10))

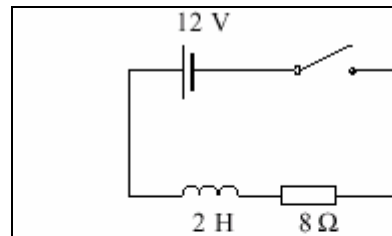
**非反相放大器的增益**  $A = 1 + \frac{R_f}{R_i}$  (C30)

**電壓跟隨器 Voltage follower**  
非反相放大器的一個特殊例子



它的  $R_f = 0$ ,  $R_i = \infty$ , ∴  $A \approx 1$ , 因此輸出電壓=輸入電壓  
注意! 此種電路的特色是有很大的輸入阻抗, 但很小的輸出阻抗。

### Past paper 問題精選



When the switch in the circuit is closed,

- (1) the current will rise initially at the rate of 6 A/s,
- (2) the final value of the current is 1.5 A,
- (3) the final energy stored in the inductor is 2.25 J.

1992 MC 37

- (1) 當開關關閉,  $I = 0$ ,  $V + E = IR$ ,  
∴  $V = -E = -L dI/dt \Rightarrow \therefore dI/dt = 6 \text{As}^{-1}$

A 120 V, 60 W lamp is run from a 240 V, 50 Hz mains supply using a capacitor connected in series with the lamp and supply. What is the theoretical value of the capacitor required to operate the lamp at its normal rating?

- A. 3.8  $\mu\text{F}$
- B. 6.6  $\mu\text{F}$
- C. 7.7  $\mu\text{F}$
- D. 13.3  $\mu\text{F}$
- E. 83.3  $\mu\text{F}$

1987-I-41

高級程度物理筆記(場學, 電學和電磁學) <完>

© Since 2001/5/18 Product of Lawrence Chung

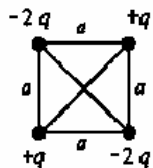
資料輸入完成日期: 場學: 2001/6/19 電學: 2001/7/1

電磁學(缺自感): 2001/7/20 交流電及電子學: 2001/8/23

新版製作 since 2002/1/15 新版初稿完成: 2002/2/11 23:29

校對及加強新版: 2002/3/6

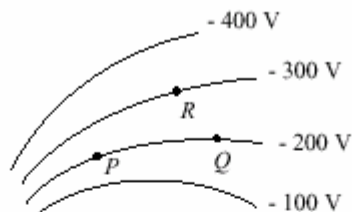
新 PDF 版本 2005/02/12



Four particles carrying charges  $+q$ ,  $+q$ ,  $-2q$  and  $-2q$  are placed at the vertices of a square of side  $a$ . The electric potential at the centre of the square is

- A. zero  
 B.  $-\sqrt{2} q/(2 \pi \epsilon_0 a)$   
 C.  $-\sqrt{2} q/(\pi \epsilon_0 a)$   
 D.  $+\sqrt{2} q/(2 \pi \epsilon_0 a)$   
 E.  $+\sqrt{2} q/(\pi \epsilon_0 a)$

31.



The diagram shows points of equal potential joined as equipotential lines. Which of the following statements is/are correct?

- (1) The electric field at  $P$  is in a direction tangential to the line passing through  $P$ .
- (2) The electric field is the same at the points  $P$  and  $Q$ .
- (3) Work has to be done in moving an electron from point  $P$  to point  $R$ .

- A. (1), (2) and (3)  
 B. (1) and (2) only  
 C. (2) and (3) only  
 D. (1) only  
 E. (3) only

**1988AL MC****筆記使用注意事項:**

本筆記作者為 2002 年度 A-level 考生。大學所修讀的亦並非理科科目，因此筆記之內容在過去數年均未有作出更新。

如果各位讀者對筆記內容有任何疑問，請向你的老師或同學查詢。

如果各位確實本筆記內容確實有誤，請通知本筆記作者。  
 本筆記內所引用之圖片或文字，如侵犯了其他人等之版權  
 敬請有關之版權持有人向本筆記作者聯絡。

本筆記作者電郵：[lwrncchg@yahoo.com](mailto:lwrncchg@yahoo.com)

本筆記為非賣品，請勿將此筆記作商業用途。  
 本筆記作者將保留版權使用的權利，唯容許各同學自由複印內容。

&lt;END&gt;